

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=781729**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

CODICE=781729

## PARTE A

1. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = (|x+1|)^2$  è  
A: derivabile ovunque    B: monotona crescente    C: iniettiva    D: N.A.    E: surgettiva

2. Una soluzione dell'equazione differenziale  $x'(t) = t \sin(t^2)$  è la funzione  
A: N.A.    B:  $\sin(t) + e^t + 1$     C: N.E.    D:  $t + 2e^t - 4 \sin(t)$     E:  $-\frac{1}{2} \cos(t) + \pi$

3. L'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

vale

A: 0    B:  $\sqrt{2}$     C:  $3/2$     D:  $5/2$     E: N.A.

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\arctan(x^2) - \pi/2)x^2$$

vale

A:  $+\infty$     B: -1    C: N.E.    D: 0    E: N.A.

5. Modulo e argomento del numero complesso  $z = i^{45}$  sono

A:  $(2, 45\pi)$     B:  $(1, \pi/2)$     C:  $(2, 2\pi/3)$     D:  $(1, -\pi/2)$     E: N.A.

6. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: non è né continua né derivabile.    B: è derivabile, ma non continua.    C: è continua, ma non derivabile.    D: N.A.    E: è continua e derivabile.

7. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > \sqrt{27}}^{\infty} \cosh\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

A: N.A.    B:  $\alpha \geq 1$     C:  $\alpha > 0$     D:  $3 < \alpha < \pi$     E:  $\alpha > 1$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) < 0\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$     B: N.A.    C:  $\{\pi, N.E., 2\pi, N.E.\}$     D:  $\{0, 0, \pi, \pi\}$     E:  $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$

9. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(e^x)$  nel punto  $x_0 = \log(\pi)$  vale

A:  $\cos(e^\pi)(x - \log(\pi))$     B: N.A.    C:  $(x - \log(\pi)) \cos(\log(\pi)) + \sin(\log(\pi))$     D:  $-(\pi(x - \log(\pi)))$     E:  $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$

10. Data  $f(x) = 3(\log(3x))$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a

A:  $\frac{3}{e}$     B:  $\log(3e)$     C:  $\pi$     D: N.A.    E:  $e^3$

**CODICE=781729**

**CODICE=781729**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=904892**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

(Cognome)																					

(Nome)															

(Numero di matricola)						

A B C D E

1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**CODICE=904892**

## PARTE A

1. Data  $f(x) = 3(\log(3x))$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a  
A:  $\pi$  B: N.A. C:  $\frac{3}{e}$  D:  $e^3$  E:  $\log(3e)$
2. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = (|x+1|)^2$  è  
A: N.A. B: monotona crescente C: derivabile ovunque D: iniettiva E: surgettiva
3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(e^x)$  nel punto  $x_0 = \log(\pi)$  vale  
A:  $-(\pi(x-\log(\pi)))$  B:  $1+e^{\frac{\pi}{2}}$  C: N.A. D:  $\cos(e^\pi)(x-\log(\pi))$  E:  $(x-\log(\pi)) \cos(\log(\pi)) + \sin(\log(\pi))$
4. Una soluzione dell'equazione differenziale  $x'(t) = t \sin(t^2)$  è la funzione  
A: N.A. B:  $t + 2e^t - 4 \sin(t)$  C:  $\sin(t) + e^t + 1$  D:  $-\frac{1}{2} \cos(t) + \pi$  E: N.E.
5. Modulo e argomento del numero complesso  $z = i^{45}$  sono  
A:  $(1, \pi/2)$  B:  $(2, 45\pi)$  C:  $(1, -\pi/2)$  D: N.A. E:  $(2, 2\pi/3)$
6. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > \sqrt{27}}^{\infty} \cosh\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

- A:  $\alpha > 1$  B:  $\alpha \geq 1$  C:  $\alpha > 0$  D:  $3 < \alpha < \pi$  E: N.A.

7. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: N.A. B: non è né continua né derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: è continua, ma non derivabile. E: è continua e derivabile.

8. L'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

vale

- A:  $3/2$  B:  $\sqrt{2}$  C: N.A. D: 0 E:  $5/2$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\arctan(x^2) - \pi/2)x^2$$

vale

- A:  $+\infty$  B: 0 C: -1 D: N.A. E: N.E.

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) < 0\}$$

valgono

- A:  $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$  B:  $\{0, 0, \pi, \pi\}$  C:  $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$  D: N.A. E:  $\{\pi, N.E., 2\pi, N.E.\}$

**CODICE=904892**



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=881155**



## PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) < 0\}$$

valgono

$$A: \text{N.A.} \quad B: \{\pi, N.E., 2\pi, N.E.\} \quad C: \{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\} \quad D: \{0, 0, \pi, \pi\} \quad E: \{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$$

2. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è continua, ma non derivabile. B: non è né continua né derivabile. C: N.A. D: è continua e derivabile. E: è derivabile, ma non continua.

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\arctan(x^2) - \pi/2)x^2$$

vale

$$A: \text{N.A.} \quad B: \text{N.E.} \quad C: -1 \quad D: +\infty \quad E: 0$$

4. Modulo e argomento del numero complesso  $z = i^{45}$  sono

$$A: (2, 2\pi/3) \quad B: (1, -\pi/2) \quad C: \text{N.A.} \quad D: (2, 45\pi) \quad E: (1, \pi/2)$$

5. Data  $f(x) = 3(\log(3x))$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a

$$A: \pi \quad B: \text{N.A.} \quad C: \log(3e) \quad D: \frac{3}{e} \quad E: e^3$$

6. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = (|x+1|)^2$  è

A: surgettiva B: N.A. C: iniettiva D: derivabile ovunque E: monotona crescente

7. L'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

vale

$$A: 3/2 \quad B: 5/2 \quad C: \sqrt{2} \quad D: \text{N.A.} \quad E: 0$$

8. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > \sqrt{27}}^{\infty} \cosh\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

$$A: \text{N.A.} \quad B: \alpha > 1 \quad C: \alpha \geq 1 \quad D: 3 < \alpha < \pi \quad E: \alpha > 0$$

9. Una soluzione dell'equazione differenziale  $x'(t) = t \sin(t^2)$  è la funzione

$$A: \text{N.A.} \quad B: \sin(t) + e^t + 1 \quad C: \text{N.E.} \quad D: -\frac{1}{2} \cos(t) + \pi \quad E: t + 2e^t - 4 \sin(t)$$

10. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(e^x)$  nel punto  $x_0 = \log(\pi)$  vale

$$A: \cos(e^\pi)(x - \log(\pi)) \quad B: 1 + e^{\frac{\pi}{2}} \quad C: (x - \log(\pi)) \cos(\log(\pi)) + \sin(\log(\pi)) \quad D: \text{N.A.} \quad E: -(\pi(x - \log(\pi)))$$

**CODICE=881155**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=929300**



## PARTE A

1. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = (|x+1|)^2$  è  
A: N.A. B: iniettiva C: monotona crescente D: derivabile ovunque E: surgettiva
2. Modulo e argomento del numero complesso  $z = i^{45}$  sono  
A:  $(1, -\pi/2)$  B:  $(2, 45\pi)$  C: N.A. D:  $(1, \pi/2)$  E:  $(2, 2\pi/3)$
3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(e^x)$  nel punto  $x_0 = \log(\pi)$  vale  
A:  $-(\pi(x - \log(\pi)))$  B:  $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$  C:  $(x - \log(\pi)) \cos(\log(\pi)) + \sin(\log(\pi))$  D: N.A. E:  $\cos(e^\pi)(x - \log(\pi))$

4. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > \sqrt{27}}^{\infty} \cosh\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

- A:  $\alpha > 0$  B:  $\alpha > 1$  C:  $3 < \alpha < \pi$  D: N.A. E:  $\alpha \geq 1$
5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\arctan(x^2) - \pi/2)x^2$$

vale

- A: -1 B: N.A. C:  $+\infty$  D: N.E. E: 0
6. Una soluzione dell'equazione differenziale  $x'(t) = t \sin(t^2)$  è la funzione  
A:  $t + 2e^t - 4 \sin(t)$  B:  $\sin(t) + e^t + 1$  C: N.A. D:  $-\frac{1}{2} \cos(t) + \pi$  E: N.E.
7. Data  $f(x) = 3(\log(3x))$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a  
A:  $\pi$  B:  $\frac{3}{e}$  C: N.A. D:  $e^3$  E:  $\log(3e)$

8. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: N.A. B: non è né continua né derivabile. C: è continua e derivabile. D: è derivabile, ma non continua. E: è continua, ma non derivabile.

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) < 0\}$$

valgono

- A:  $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$  B:  $\{0, 0, \pi, \pi\}$  C: N.A. D:  $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$  E:  $\{\pi, N.E., 2\pi, N.E.\}$
10. L'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

vale

- A:  $3/2$  B:  $5/2$  C: 0 D:  $\sqrt{2}$  E: N.A.

**CODICE=929300**

**CODICE=929300**



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

(Cognome)																							

(Nome)																							

(Numero di matricola)																							

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
7	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

**CODICE=781729**

**CODICE=781729**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

CODICE=904892

**CODICE=904892**

# Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1

<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

2

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------------	-----------------------

3

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	----------------------------------	-----------------------	-----------------------

4

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------------

5

<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

6

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------------	-----------------------

7

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------------	-----------------------

8

<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

9

<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
----------------------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

10

<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------------

**CODICE=881155**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

**CODICE=929300**

**CODICE=929300**



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=648547**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

CODICE=648547

## PARTE A

1. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=41}^{\infty} \log \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{n}^{\alpha}} \right)$$

converge per

A:  $\alpha > 2$  B: N.A. C:  $\alpha > 1$  D:  $\alpha < 1$  E:  $3 < \alpha < \pi$

2. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A:  $5/2$  B: N.A. C: 0 D:  $3/2$  E:  $\sqrt{2}$

3. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = |x^3 + 1|$  è

A: derivabile ovunque B: N.A. C: surgettiva D: iniettiva E: monotona crescente

4. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(2x)$  nel punto  $x_0 = \pi/4$  vale

A: N.A. B:  $1 + x + x^2$  C:  $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$  D:  $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$  E: 1

5. La funzione  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x < 3\pi/2 \\ (\cos(x^2))^2 & \text{per } x \geq 3\pi/2 \end{cases}$

A: N.A. B: è continua e derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: non è né continua né derivabile. E: è continua, ma non derivabile.

6. Sia  $z = i^{24}$  allora  $Arg(e^z)$  vale

A: e B:  $\pi$  C:  $\pi/2$  D: 0 E: N.A.

7. Le soluzioni dell'equazione differenziale  $x'(t) = \sin(t)$  sono

A: N.E. B: N.A. C:  $-\cos(t) + c$  D:  $\sin(t) + e^t + c$  E:  $t + c_1 e^t + c_2 \sin(t)$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin^2(x) \leq 0\}$$

valgono

A:  $\{0, 0, \pi, \pi\}$  B:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$  C:  $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$  D:  $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$   
E: N.A.

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x)) + \sin(x)}{3 \log(x)}$$

vale

A: 0 B:  $+\infty$  C: N.A. D: 1 E: N.E.

10. Data  $f(x) = \alpha(\log(\alpha x))$ . Allora  $f'(e) = 1$  per  $\alpha$  è uguale a

A: N.A. B:  $\log(3e)$  C: e D:  $\pi$  E:  $e^3$

**CODICE=648547**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=675166**



## PARTE A

1. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = |x^3 + 1|$  è

A: iniettiva B: N.A. C: derivabile ovunque D: monotona crescente E: surgettiva

2. La funzione  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x < 3\pi/2 \\ (\cos(x^2))^2 & \text{per } x \geq 3\pi/2 \end{cases}$

A: è derivabile, ma non continua. B: è continua e derivabile. C: N.A. D: non è né continua né derivabile. E: è continua, ma non derivabile.

3. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A: 3/2 B: 5/2 C: N.A. D:  $\sqrt{2}$  E: 0

4. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(2x)$  nel punto  $x_0 = \pi/4$  vale

A:  $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$  B: N.A. C:  $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$  D: 1 E:  $1 + x + x^2$

5. Le soluzioni dell'equazione differenziale  $x'(t) = \sin(t)$  sono

A:  $\sin(t) + e^t + c$  B: N.A. C:  $-\cos(t) + c$  D:  $t + c_1 e^t + c_2 \sin(t)$  E: N.E.

6. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=41}^{\infty} \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}^\alpha}\right)$$

converge per

A:  $\alpha > 1$  B:  $\alpha > 2$  C:  $\alpha < 1$  D: N.A. E:  $3 < \alpha < \pi$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin^2(x) \leq 0\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$  B:  $\{0, 0, \pi, \pi\}$  C:  $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$  D: N.A. E:  $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$

8. Sia  $z = i^{24}$  allora  $Arg(e^z)$  vale

A: N.A. B: e C:  $\pi$  D: 0 E:  $\pi/2$

9. Data  $f(x) = \alpha(\log(\alpha x))$ . Allora  $f'(e) = 1$  per  $\alpha$  è uguale a

A:  $\log(3e)$  B: e C: N.A. D:  $e^3$  E:  $\pi$

10. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x)) + \sin(x)}{3 \log(x)}$$

vale

A: 0 B: N.E. C: 1 D:  $+\infty$  E: N.A.

**CODICE=675166**

**CODICE=675166**



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=970057**



**PARTE A**

1. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(2x)$  nel punto  $x_0 = \pi/4$  vale  
A:  $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$     B:  $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$     C: 1    D:  $1 + x + x^2$     E: N.A.
2. Sia  $z = i^{24}$  allora  $Arg(e^z)$  vale  
A:  $\pi/2$     B: e    C:  $\pi$     D: 0    E: N.A.
3. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = |x^3 + 1|$  è  
A: derivabile ovunque    B: N.A.    C: iniettiva    D: monotona crescente    E: surgettiva
4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin^2(x) \leq 0\}$$

valgono

$$A: \{0, 0, \pi, \pi\} \quad B: \{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\} \quad C: N.A. \quad D: \{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\} \quad E: \{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x)) + \sin(x)}{3 \log(x)}$$

vale

$$A: 0 \quad B: +\infty \quad C: N.A. \quad D: N.E. \quad E: 1$$

6. Data  $f(x) = \alpha(\log(\alpha x))$ . Allora  $f'(e) = 1$  per  $\alpha$  è uguale a  
A:  $e^3$     B:  $\log(3e)$     C: e    D: N.A.    E:  $\pi$
7. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=41}^{\infty} \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}^\alpha}\right)$$

converge per

$$A: N.A. \quad B: \alpha > 2 \quad C: \alpha < 1 \quad D: 3 < \alpha < \pi \quad E: \alpha > 1$$

8. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

$$A: \sqrt{2} \quad B: 0 \quad C: 3/2 \quad D: 5/2 \quad E: N.A.$$

9. La funzione  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x < 3\pi/2 \\ (\cos(x^2))^2 & \text{per } x \geq 3\pi/2 \end{cases}$

A: non è né continua né derivabile.    B: N.A.    C: è continua, ma non derivabile.    D: è derivabile, ma non continua.    E: è continua e derivabile.

10. Le soluzioni dell'equazione differenziale  $x'(t) = \sin(t)$  sono

$$A: -\cos(t) + c \quad B: N.E. \quad C: N.A. \quad D: t + c_1 e^t + c_2 \sin(t) \quad E: \sin(t) + e^t + c$$

**CODICE=970057**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=856216**



**PARTE A**

1. La funzione  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } x < 3\pi/2 \\ (\cos(x^2))^2 & \text{per } x \geq 3\pi/2 \end{cases}$

A: è derivabile, ma non continua. B: è continua, ma non derivabile. C: N.A. D: è continua e derivabile. E: non è né continua né derivabile.

2. Data  $f(x) = \alpha(\log(\alpha x))$ . Allora  $f'(e) = 1$  per  $\alpha$  è uguale a

A:  $\log(3e)$  B:  $\pi$  C:  $e$  D: N.A. E:  $e^3$

3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(2x)$  nel punto  $x_0 = \pi/4$  vale

A:  $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$  B:  $1 + x + x^2$  C:  $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$  D: 1 E: N.A.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin^2(x) \leq 0\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$  B:  $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$  C:  $\{0, 0, \pi, \pi\}$  D: N.A. E:  $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x)) + \sin(x)}{3 \log(x)}$$

vale

A:  $+\infty$  B: N.A. C: 0 D: N.E. E: 1

6. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=41}^{\infty} \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}^\alpha}\right)$$

converge per

A:  $\alpha > 1$  B: N.A. C:  $3 < \alpha < \pi$  D:  $\alpha < 1$  E:  $\alpha > 2$

7. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = |x^3 + 1|$  è

A: derivabile ovunque B: surgettiva C: monotona crescente D: iniettiva E: N.A.

8. Sia  $z = i^{24}$  allora  $Arg(e^z)$  vale

A: 0 B:  $e$  C:  $\pi/2$  D: N.A. E:  $\pi$

9. Le soluzioni dell'equazione differenziale  $x'(t) = \sin(t)$  sono

A: N.E. B:  $t + c_1 e^t + c_2 \sin(t)$  C:  $-\cos(t) + c$  D:  $\sin(t) + e^t + c$  E: N.A.

10. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A: N.A. B: 0 C:  $5/2$  D:  $\sqrt{2}$  E:  $3/2$

**CODICE=856216**



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

CODICE=648547

**CODICE=648547**



**CODICE=675166**



**CODICE=970057**







# Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova di Analisi Matematica 1

26 gennaio 2024

### PARTE B

1 Determinare il numero di punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\pi^x\right) \quad x \in [0, 2].$$

**Soluzione.** La funzione in questione è continua e derivabile dato che è composizione di funzioni continue e derivabili. Il massimo e il minimo esistono dato che il dominio è un intervallo chiuso.

Osserviamo che la funzione  $\cos(y)$  assume il valore massimo (uguale a 1) se  $y = 2k\pi$  e il valore minimo (uguale a  $-1$ ) se  $y = \pi + 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . Quindi per capire se tali valori vengono effettivamente raggiunti si può intanto provare a risolvere le equazioni

$$y = \frac{x}{2}\pi^x = 2k\pi \quad \text{e} \quad y = \frac{x}{2}\pi^x = \pi + 2k\pi \quad \text{per } x \in [0, 2],$$

che significa trovare eventuali intersezioni della funzione  $g(x) = \frac{x}{2}\pi^x$  con le rette orizzontali  $y = 2k\pi$  e  $y = \pi + 2k\pi$ , e rispettando  $x \in [0, 2]$ .

Osserviamo che  $g(0) = 0$  e quindi per  $x = 0$  si ha  $f(0) = 1$ . Inoltre si ha

$$g'(x) = \frac{\pi^x}{2}(1 + x \log(\pi)) > 0,$$

quindi la funzione  $g$  è strettamente crescente; il minimo vale  $g(0) = 0$  e il massimo vale  $g(2) = \pi^2$ .

Per determinare dove  $f(x) = 1$  dobbiamo determinare per quali  $k \in \mathbb{Z}$  si ha

$$0 \leq 2\pi k \leq \pi^2.$$

Per  $k = 0$  è verificata, per  $k = 1$  si ha  $0 \leq 2\pi \leq \pi^2$  che è equivalente a  $0 \leq 2 \leq \pi$  che è ancora vera. Per  $k = 2$  si ha  $0 \leq 4\pi \leq \pi^2$  che è equivalente a  $0 \leq 4 \leq \pi$  che è falsa. Pertanto ci sono due intersezioni fra  $y = g(x)$  e  $y = 2\pi k$  per  $k \in \mathbb{Z}$  e  $x \in [0, 2]$ .

Analogamente per trovare i punti di minimo, dobbiamo determinare se esistono  $k \in \mathbb{Z}$  si ha

$$0 \leq \pi + 2\pi k \leq \pi^2.$$

Per  $k = 0$  diventa risolvere  $0 \leq \pi \leq \pi^2$  che è vera; per  $k = 1$  diventa  $0 \leq 3\pi \leq \pi^2$  che è vera, mentre per  $k = 2$  diventa  $0 \leq 5\pi \leq \pi^2$  che è falsa. Quindi abbiamo 2 punti di massimo e due punti di minimo.

Si può verificare poi che il grafico risulta il seguente

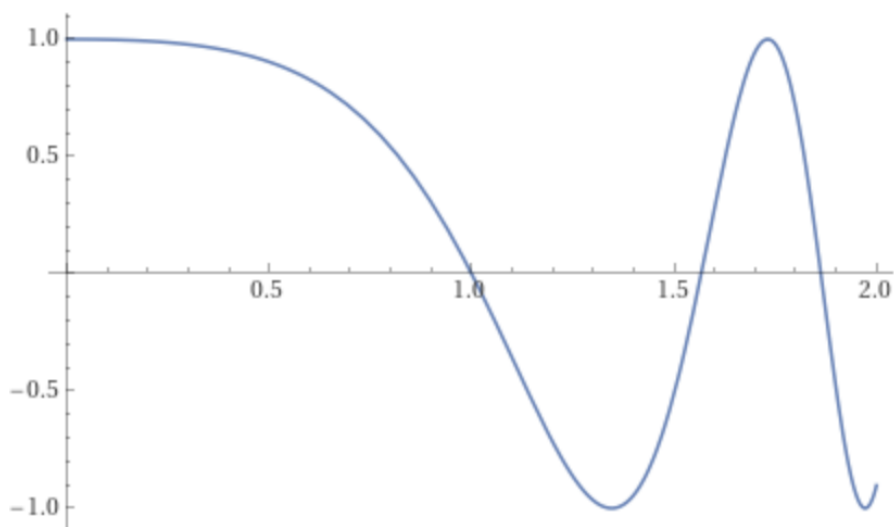


Figura 1: Grafico di  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\pi^x\right)$  per  $x \in [0, 2]$ .

2 Studiare la convergenza di

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{|x-1|}} dx.$$

**Soluzione.** La funzione  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{|x-1|}}$  è continua se  $\sqrt{1+x^2} - \sqrt{|x-1|} \neq 0$  e, risolvendo tale equazione, si trova che l'unica soluzione è  $x = 0$ . Pertanto l'integrale su  $[a, 2]$  esiste per ogni  $0 < a < 2$ . Basta pertanto studiare il comportamento della funzione integranda in un intorno destro di zero. Osserviamo intanto che per  $0 < x < 1$  si ha

$$\sqrt{1+x^2} - \sqrt{|x-1|} = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x} \geq 0,$$

come si ottiene facilmente quadrando. Si ha pertanto una funzione integranda non-negativa e possiamo utilizzare i teoremi del confronto asintotico. Studiando l'andamento vicino a zero del denominatore si ha il seguente sviluppo di Taylor

$$\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x} = 0 + \frac{1}{2}x + o(x).$$

Pertanto  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{|x-1|}} = +\infty$ , e l'integrale non esiste nel senso usuale, ma potrebbe esistere come integrale di Riemann improprio o generalizzato.

Dallo sviluppo di Taylor del denominatore abbiamo inoltre

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{|x-1|}} \sim \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{per } x \rightarrow 0,$$

ed essendo

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx < \infty$$

anche integrale di partenza risulta convergente come integrale generalizzato di Riemann.

3 Risolvere l'equazione differenziale

$$y^{(4)}(x) - y(x) = e^{-x},$$

e discutere se vi siano soluzioni limitate su  $[0, +\infty[$ .

**Soluzione.** Si tratta di un'equazione lineare a coefficienti costanti. L'equazione caratteristica è  $\lambda^4 - 1 = 0$ , le cui 4 soluzioni sono  $\pm 1$  e  $\pm i$ . Pertanto le soluzioni dell'equazione omogenea associata sono

$$Y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + c_3 \cos(x) + c_4 \sin(x), \quad c_i \in \mathbb{R}.$$

Per trovare la soluzione particolare osserviamo che si ha risonanza dato che la radice  $\lambda = -1$  compare con molteplicità 1 tra le soluzioni dell'equazione caratteristica. Pertanto  $y_f(x)$  va cercata della forma  $y_f(x) = axe^{-x}$ . Sostituendo e svolgendo i calcoli si trova  $a = -1/4$ .

L'integrale generale risulta quindi

$$y(x) = -\frac{1}{4}xe^{-x} + c_1 e^x + c_2 e^{-x} + c_3 \cos(x) + c_4 \sin(x),$$

che è una funzione limitata per  $x \geq 0$  solo nel caso  $c_1 = 0$ .

4 Studiare, per  $x \in \mathbb{R}$  la continuità della funzione

$$f(x) = \int_{-2}^2 e^{-xy} dy.$$

**Soluzione.** Fissato  $x_0 \in \mathbb{R}$  scriviamo la quantità  $|f(x_0 + h) - f(x_0)|$  e stimiamola nel seguente modo usando le proprietà del valore assoluto

$$\begin{aligned} |f(x_0 + h) - f(x_0)| &= \left| \int_{-2}^2 e^{-(x_0+h)y} dy - \int_{-2}^2 e^{-x_0 y} dy \right| \\ &= \left| \int_{-2}^2 e^{-(x_0+h)y} - e^{-x_0 y} dy \right| \\ &\leq \int_{-2}^2 e^{-x_0 y} |e^{-hy} - 1| dy. \end{aligned}$$

Maggiorando poi l'esponenziale con  $e^t \leq e^{|t|}$  si ha

$$\begin{aligned} |f(x_0 + h) - f(x_0)| &\leq e^{2|x_0|} \int_{-2}^2 |e^{-yh} - 1| dy \\ &\leq 4 e^{2|x_0|} \max_{y \in [-2, 2]} |e^{-yh} - 1|, \end{aligned}$$

e osserviamo che, per  $y \in [-2, 2]$

$$|e^{-yh} - 1| \leq \begin{cases} e^{-2h} - 1 & \text{se } h < 0 \\ e^{2h} - 1 & \text{se } h > 0 \end{cases} = e^{2|h|} - 1.$$

Pertanto

$$|f(x_0 + h) - f(x_0)| \leq 4 e^{2|x_0|} (e^{2|h|} - 1) \rightarrow 0 \quad \text{per } h \rightarrow 0.$$

Alternativamente, calcolando esplicitamente l'integrale, si ha

$$\int_{-2}^2 e^{-xy} dy = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{x} & x \neq 0 \\ 4 & x = 0 \end{cases}$$

che risulta continua su tutto  $\mathbb{R}$ . Per  $x \neq 0$  si tratta di rapporto di funzioni continue e per  $x = 0$  basta calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  e verificare che è uguale a 4.