

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=318931**



**PARTE A**

1. L'insieme delle soluzioni di  $\|e^z\| < 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è  
 A: N.A. B:  $\|z\| \leq 0$  C:  $|\text{Arg}(z)| < \pi/4$  D:  $\text{Re}(z) \leq 0$  e  $\text{Im}(z) > 0$  E:  $\|z\| < 1$

2. Data  $f(x) = e^{\sin(3x)}$ . Allora  $f'(\pi/6)$  è uguale a

A: 3/2 B: N.A. C: -1 D: 1 E: N.E.

3. L'integrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(|x|) dx$$

vale

A: N.A. B:  $\pi^2$  C: 4 D: 2 E: 0

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x t^5 dt < 1\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$  B:  $\{-6^{1/6}, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$  C:  $\{0, 0, 1, 1\}$  D:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$   
 E: N.A.

5. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} \log(1/x) & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$  è

A: iniettiva B: N.A. C: limitata inferiormente D: decrescente E: sempre positiva

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^x)}{x^x}$$

vale

A: N.E. B: -1 C: 0 D: 1 E: N.A.

7. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(2x)$  vale

A:  $(1 + \log(2)) + \frac{x}{e}$  B:  $(1 + \log(2)) + \frac{x-e}{e}$  C:  $\frac{x-e}{e}$  D: N.A. E:  $1 - 2ex$

8. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} [\arctan(1/n)]^{e^\lambda - 1}$$

è

A:  $\lambda > 1$  B:  $\lambda > \log(2)$  C:  $\lambda < 1$  D: N.A. E:  $|\lambda| < 1$

9. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = \frac{1}{x \log(x)}$  è

A:  $\log(2x)$  B:  $\log(\log(x)) + e^9$  C: N.E. D: N.A. E:  $\log(\log(2x))$

10. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x e^{-t^2} dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$  è

A: né continua né derivabile. B: N.A. C: continua e derivabile. D: derivabile, ma non continua. E: continua, ma non derivabile.

**CODICE=318931**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=278984**



**PARTE A**

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x t^5 dt < 1\}$$

valgono

A: N.A.    B:  $\{0, 0, 1, 1\}$     C:  $\{-\infty, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     D:  $\{-6^{1/6}, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     E:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$

2. L'insieme delle soluzioni di  $\|e^z\| < 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è

A:  $|\text{Arg}(z)| < \pi/4$     B:  $\|z\| \leq 0$     C:  $\text{Re}(z) \leq 0$  e  $\text{Im}(z) > 0$     D:  $\|z\| < 1$     E: N.A.

3. L'integrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(|x|) dx$$

vale

A:  $\pi^2$     B: 0    C: 4    D: 2    E: N.A.

4. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} [\arctan(1/n)]^{e^\lambda - 1}$$

è

A:  $\lambda > 1$     B:  $|\lambda| < 1$     C:  $\lambda < 1$     D: N.A.    E:  $\lambda > \log(2)$

5. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = \frac{1}{x \log(x)}$  è

A:  $\log(2x)$     B:  $\log(\log(2x))$     C: N.A.    D: N.E.    E:  $\log(\log(x)) + e^9$

6. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} \log(1/x) & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$  è

A: iniettiva    B: decrescente    C: sempre positiva    D: limitata inferiormente    E: N.A.

7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^x)}{x^x}$$

vale

A: -1    B: N.E.    C: 0    D: N.A.    E: 1

8. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x e^{-t^2} dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$  è

A: né continua né derivabile.    B: continua, ma non derivabile.    C: N.A.    D: continua e derivabile.    E: derivabile, ma non continua.

9. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(2x)$  vale

A:  $1 - 2ex$     B: N.A.    C:  $(1 + \log(2)) + \frac{x-e}{e}$     D:  $(1 + \log(2)) + \frac{x}{e}$     E:  $\frac{x-e}{e}$

10. Data  $f(x) = e^{\sin(3x)}$ . Allora  $f'(\pi/6)$  è uguale a

A: 1    B: N.A.    C: -1    D: 3/2    E: N.E.

**CODICE=278984**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=019359**



**PARTE A**

1. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(2x)$  vale  
 A:  $(1 + \log(2)) + \frac{x-e}{e}$     B: N.A.    C:  $1 - 2ex$     D:  $(1 + \log(2)) + \frac{x}{e}$     E:  $\frac{x-e}{e}$

2. Data  $f(x) = e^{\sin(3x)}$ . Allora  $f'(\pi/6)$  è uguale a  
 A: 1    B: N.A.    C: -1    D: 3/2    E: N.E.

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x t^5 dt < 1\}$$

valgono

- A:  $\{0, 0, 1, 1\}$     B: N.A.    C:  $\{-6^{1/6}, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     D:  $\{-\infty, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     E:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$

4. L'integrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(|x|) dx$$

vale

- A: N.A.    B: 2    C: 4    D:  $\pi^2$     E: 0

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^x)}{x^x}$$

vale

- A: 0    B: N.A.    C: N.E.    D: -1    E: 1

6. L'insieme delle soluzioni di  $\|e^z\| < 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è

- A:  $Re(z) \leq 0$  e  $Im(z) > 0$     B:  $|Arg(z)| < \pi/4$     C:  $\|z\| \leq 0$     D:  $\|z\| < 1$     E: N.A.

7. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x e^{-t^2} dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$  è

- A: derivabile, ma non continua.    B: continua, ma non derivabile.    C: N.A.    D: continua e derivabile.    E: né continua né derivabile.

8. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} \log(1/x) & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$  è

- A: limitata inferiormente    B: iniettiva    C: N.A.    D: sempre positiva    E: decrescente

9. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} [\arctan(1/n)]^{e^\lambda - 1}$$

è

- A:  $\lambda < 1$     B: N.A.    C:  $\lambda > 1$     D:  $\lambda > \log(2)$     E:  $|\lambda| < 1$

10. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = \frac{1}{x \log(x)}$  è

- A:  $\log(\log(2x))$     B:  $\log(\log(x)) + e^9$     C:  $\log(2x)$     D: N.A.    E: N.E.

**CODICE=019359**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=314833**



**PARTE A**

1. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(2x)$  vale  
 A:  $(1 + \log(2)) + \frac{x-e}{e}$     B:  $1 - 2ex$     C: N.A.    D:  $\frac{x-e}{e}$     E:  $(1 + \log(2)) + \frac{x}{e}$

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^x)}{x^x}$$

vale

- A: -1    B: 0    C: 1    D: N.A.    E: N.E.

3. L'insieme delle soluzioni di  $\|e^z\| < 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è

- A: N.A.    B:  $Re(z) \leq 0$  e  $Im(z) > 0$     C:  $\|z\| \leq 0$     D:  $|Arg(z)| < \pi/4$     E:  $\|z\| < 1$

4. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} [\arctan(1/n)]^{e^\lambda - 1}$$

è

- A: N.A.    B:  $|\lambda| < 1$     C:  $\lambda > \log(2)$     D:  $\lambda > 1$     E:  $\lambda < 1$

5. Data  $f(x) = e^{\sin(3x)}$ . Allora  $f'(\pi/6)$  è uguale a

- A: N.E.    B: -1    C: 3/2    D: 1    E: N.A.

6. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} \log(1/x) & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$  è

- A: decrescente    B: iniettiva    C: N.A.    D: sempre positiva    E: limitata inferiormente

7. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = \frac{1}{x \log(x)}$  è

- A: N.E.    B:  $\log(\log(x)) + e^9$     C: N.A.    D:  $\log(2x)$     E:  $\log(\log(2x))$

8. L'integrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(|x|) dx$$

vale

- A: N.A.    B: 0    C: 2    D: 4    E:  $\pi^2$

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x t^5 dt < 1\}$$

valgono

- A:  $\{-6^{1/6}, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     B:  $\{0, 0, 1, 1\}$     C:  $\{-\infty, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     D:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$   
 E: N.A.

10. La funzione  $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x e^{-t^2} dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$  è

- A: derivabile, ma non continua.    B: né continua né derivabile.    C: continua, ma non derivabile.    D: N.A.    E: continua e derivabile.

**CODICE=314833**

**CODICE=314833**



**CODICE=318931**



**CODICE=278984**



**CODICE=019359**



**CODICE=314833**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=525390**



**PARTE A**

1. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

è

A: N.A.    B: sempre positiva    C: iniettiva    D: decrescente    E: limitata inferiormente

2. L'insieme delle soluzioni di  $e^{\|z\|} \leq 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è

A:  $\|z\| = 1$     B: N.A.    C:  $\|z\| < 1$     D:  $Re(z) \leq 0$  e  $Im(z) > 0$     E:  $|Arg(z)| < \pi/4$

3. Data  $f(x) = e^{\sin(2x)}$ . Allora  $f'(\pi/4)$  è uguale a

A:  $3/2$     B: 0    C: 1    D: N.A.    E: N.E.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x e^t dt > 1\}$$

valgono

A: N.A.    B:  $\{0, 0, 1, 1\}$     C:  $\{e, N.E., +\infty, N.E.\}$     D:  $\{-\infty, N.E., \log(2), N.E.\}$     E:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$

5. La funzione  $f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x \sin(t) dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$

A: N.A.    B: è continua e derivabile.    C: è continua, ma non derivabile.    D: non è né continua né derivabile.    E: è derivabile, ma non continua.

6. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos(\log(x))}{\log(x^2)}$  vale

A: 0    B: N.A.    C: 1    D: N.E.    E: -1

7. L'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)| dx$$

vale

A: 0    B: N.A.    C:  $\pi^2$     D: 2    E: 4

8. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=3}^{\infty} [\tan(1/n)]^{1-e^\lambda}$  è

A:  $\lambda > 1$     B:  $|\lambda| < 1$     C: N.A.    D:  $\lambda < 1$     E:  $\lambda > \log(2)$

9. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y''(x) = \frac{1}{x}$  è

A:  $x^2 \log(x) + \log(2)$     B: N.E.    C:  $\log(\log(2x))$     D: N.A.    E:  $x \log(x) + 2x$

10. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(\log(x))$  è

A:  $-1 + x/e$     B:  $1 - 2\sqrt{\pi}x - x^2$     C: N.A.    D:  $1 - 2\pi x$     E:  $2 + \frac{x-e}{e}$

**CODICE=525390**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=055775**



## PARTE A

1. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(\log(x))$  è  
 A:  $1 - 2\pi x$     B:  $-1 + x/e$     C:  $2 + \frac{x-e}{e}$     D: N.A.    E:  $1 - 2\sqrt{\pi}x - x^2$
2. Data  $f(x) = e^{\sin(2x)}$ . Allora  $f'(\pi/4)$  è uguale a  
 A:  $3/2$     B: N.A.    C: N.E.    D: 1    E: 0
3. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=3}^{\infty} [\tan(1/n)]^{1-e^\lambda}$  è  
 A:  $\lambda > 1$     B: N.A.    C:  $|\lambda| < 1$     D:  $\lambda < 1$     E:  $\lambda > \log(2)$
4. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

è

A: decrescente    B: N.A.    C: iniettiva    D: sempre positiva    E: limitata inferiormente

5. La funzione  $f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x \sin(t) dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$   
 A: N.A.    B: è continua, ma non derivabile.    C: è continua e derivabile.    D: è derivabile, ma non continua.    E: non è né continua né derivabile.
6. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y''(x) = \frac{1}{x}$  è  
 A:  $x^2 \log(x) + \log(2)$     B:  $\log(\log(2x))$     C: N.E.    D:  $x \log(x) + 2x$     E: N.A.
7. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos(\log(x))}{\log(x^2)}$  vale  
 A: 0    B: -1    C: 1    D: N.E.    E: N.A.
8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \int_0^x e^t dt > 1 \right\}$$

valgono

A:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$     B:  $\{0, 0, 1, 1\}$     C:  $\{e, N.E., +\infty, N.E.\}$     D: N.A.    E:  $\{-\infty, N.E., \log(2), N.E.\}$

9. L'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)| dx$$

vale

A:  $\pi^2$     B: 2    C: N.A.    D: 4    E: 0

10. L'insieme delle soluzioni di  $e^{\|z\|} \leq 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è  
 A:  $|\text{Arg}(z)| < \pi/4$     B:  $\|z\| < 1$     C:  $\text{Re}(z) \leq 0$  e  $\text{Im}(z) > 0$     D: N.A.    E:  $\|z\| = 1$

**CODICE=055775**

**CODICE=055775**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=903149**



## PARTE A

1. Data  $f(x) = e^{\sin(2x)}$ . Allora  $f'(\pi/4)$  è uguale a

A: N.A. B: 3/2 C: 1 D: 0 E: N.E.

2. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

è

A: sempre positiva B: limitata inferiormente C: decrescente D: N.A. E: iniettiva

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x e^t dt > 1\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., \log(2), N.E.\}$  B: N.A. C:  $\{e, N.E., +\infty, N.E.\}$  D:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$   
E:  $\{0, 0, 1, 1\}$

4. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=3}^{\infty} [\tan(1/n)]^{1-e^\lambda}$  è

A:  $\lambda > 1$  B:  $|\lambda| < 1$  C:  $\lambda < 1$  D:  $\lambda > \log(2)$  E: N.A.

5. La funzione  $f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x \sin(t) dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$

A: è continua e derivabile. B: è continua, ma non derivabile. C: N.A. D: non è né continua né derivabile. E: è derivabile, ma non continua.

6. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(\log(x))$  è

A:  $-1 + x/e$  B:  $2 + \frac{x-e}{e}$  C: N.A. D:  $1 - 2\sqrt{\pi}x - x^2$  E:  $1 - 2\pi x$

7. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos(\log(x))}{\log(x^2)}$  vale

A: 1 B: -1 C: N.A. D: N.E. E: 0

8. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y''(x) = \frac{1}{x}$  è

A:  $x \log(x) + 2x$  B:  $\log(\log(2x))$  C:  $x^2 \log(x) + \log(2)$  D: N.E. E: N.A.

9. L'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)| dx$$

vale

A:  $\pi^2$  B: 2 C: 0 D: 4 E: N.A.

10. L'insieme delle soluzioni di  $e^{\|z\|} \leq 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è

A:  $|\text{Arg}(z)| < \pi/4$  B: N.A. C:  $\text{Re}(z) \leq 0$  e  $\text{Im}(z) > 0$  D:  $\|z\| < 1$  E:  $\|z\| = 1$

**CODICE=903149**

**CODICE=903149**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=170588**



**PARTE A**

1. Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$ . L'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=3}^{\infty} [\tan(1/n)]^{1-e^\lambda}$  è  
 A:  $\lambda < 1$    B:  $\lambda > 1$    C: N.A.   D:  $|\lambda| < 1$    E:  $\lambda > \log(2)$

2. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

è

A: iniettiva   B: limitata inferiormente   C: N.A.   D: sempre positiva   E: decrescente

3. Data  $f(x) = e^{\sin(2x)}$ . Allora  $f'(\pi/4)$  è uguale a  
 A: N.A.   B:  $3/2$    C: N.E.   D: 0   E: 1

4. La funzione  $f(x) = \begin{cases} e^{-x^2} & \text{per } x \leq 0 \\ \int_0^x \sin(t) dt & \text{per } x > 0 \end{cases}$

A: non è né continua né derivabile.   B: è continua, ma non derivabile.   C: N.A.   D: è derivabile, ma non continua.   E: è continua e derivabile.

5. L'insieme delle soluzioni di  $e^{\|z\|} \leq 1$ , con  $z \in \mathbb{C}$  è

A: N.A.   B:  $\|z\| < 1$    C:  $|\text{Arg}(z)| < \pi/4$    D:  $\text{Re}(z) \leq 0$  e  $\text{Im}(z) > 0$    E:  $\|z\| = 1$

6. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y''(x) = \frac{1}{x}$  è

A:  $\log(\log(2x))$    B:  $x^2 \log(x) + \log(2)$    C:  $x \log(x) + 2x$    D: N.E.   E: N.A.

7. L'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)| dx$$

vale

A: 2   B: 4   C: N.A.   D: 0   E:  $\pi^2$

8. Il polinomio di Taylor di grado 1 relativo al punto  $x_0 = e$  della funzione  $y(x) = \log(\log(x))$  è

A:  $1 - 2\sqrt{\pi}x - x^2$    B:  $2 + \frac{x-e}{e}$    C: N.A.   D:  $-1 + x/e$    E:  $1 - 2\pi x$

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \int_0^x e^t dt > 1\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., \log(2), N.E.\}$    B:  $\{e, N.E., +\infty, N.E.\}$    C: N.A.   D:  $\{0, N.E., 6^{1/6}, N.E.\}$   
 E:  $\{0, 0, 1, 1\}$

10. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos(\log(x))}{\log(x^2)}$  vale

A: N.E.   B: 1   C: N.A.   D: 0   E: -1

**CODICE=170588**

# Corso di Laurea in Ingegneria Informatica Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
10	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**CODICE=525390**

**CODICE=525390**



**CODICE=055775**



**CODICE=903149**



**CODICE=170588**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

9 gennaio 2024

**PARTE B**

1 Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\log^2(x)} - \frac{2}{\log(x)} + 1 \quad x \in ]0, 8[\setminus\{1\},$$

determinando, in particolare, eventuali punti di flesso, giustificando completamente i risultati ottenuti. (*Suggerimento*  $e^{3/2} \sim 4.5$ )

**Soluzione.** La funzione  $f$  risulta continua e derivabile (sommadi funzioni continue e derivabili) per  $x \in ]0, 8[\setminus\{1\}$  e i limiti agli estremi del dominio valgono rispettivamente

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = f(8) = \frac{(\log(8) - 1)^2}{\log^2(8)}.$$

Per svolgere i calcoli può essere utile osservare che  $f(x) = \frac{(\log(x)-1)^2}{\log^2(x)} \geq 0$ , quindi la funzione è non negativa e si annulla solo per  $x = e$  che risulta essere il punto di minimo assoluto.

Calcolando la derivata prima si ha

$$f'(x) = \frac{2(\log(x) - 1)}{x \log^3(x)} \quad x \in ]0, 8[\setminus\{1\},$$

e dallo studio del segno risulta che  $f'(x) > 0$  per  $x \in ]0, 1[ \cup ]e, 8[$ , e  $f'(x) = 0$  solo per  $x = e$ . Pertanto la funzione è strettamente crescente per  $0 < x < 1$  e per  $x > e$ , mentre è strettamente decrescente per  $1 < x < e$ .

Calcolando la derivata seconda si ha

$$f''(x) = -\frac{2(\log^2(x) + \log(x) - 3)}{x^2 \log^4(x)} \quad x \in ]0, 8[\setminus\{1\},$$

e quindi il denominatore è sempre positivo, per  $x \neq 0, 1$ , mentre lo studio del segno del numeratore richiede di determinare il segno di  $\log^2(x) + \log(x) - 3$ ; ponendo  $t = \log(x)$  si tratta della quadratica  $y = t^2 + t - 3$  che si annulla per  $t_{1/2} = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{13})$  ed è negativa all'interno dell'intervallo  $[t_1, t_2]$ . Si tratta quindi di capire se  $\log(x) = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{13})$ , quindi

$$x_{1/2} = e^{\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{13})}$$

cadono nell'intervallo in questione. Il punto  $x_1 = e^{\frac{1}{2}(-1 - \sqrt{13})} \in ]0, 1[$  dato che si tratta di esponenziale con argomento negativo. Il secondo punto è tale che  $x_2 = e^{\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{13})}$  e

**CODICE=170588**

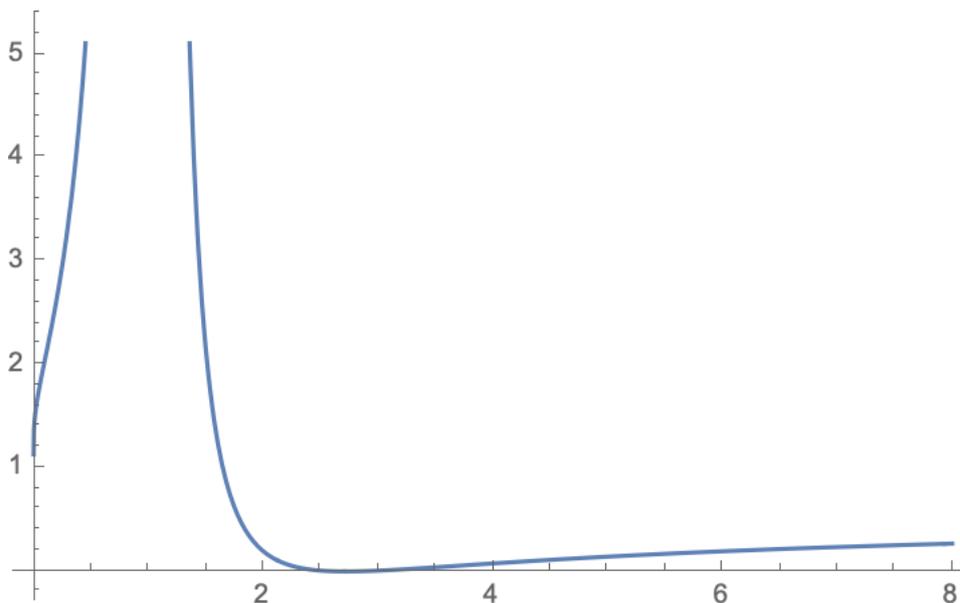


Figura 1: Grafico di  $f(x) = \frac{1}{\log^2(x)} - \frac{2}{\log(x)} + 1$ .

osserviamo che  $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{13}) \leq \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{16}) \leq \frac{3}{2}$  e pertanto anche  $x_2 \in ]1, 8[$ . Si hanno pertanto due punti di flesso dato che in tali punti non solo la derivata seconda si annulla, ma cambia segno. La funzione risulta convessa negli intervalli  $]x_1, 1[$  e per  $]1, x_2[$  e il grafico risulta quindi il seguente

2 Studiare la convergenza ed eventualmente calcolare

$$\int_0^2 \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx.$$

**Soluzione.** La funzione  $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}}$  è non limitata nell'intorno di  $x = 0$  e continua in  $]0, 2]$ . L'integrale può esistere solo nel senso generalizzato. Osserviamo che  $f(x) \geq 0$  e che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = 1,$$

e dato che la funzione  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  è integrabile in senso generalizzato nell'intorno destro di zero  $]0, 2]$ , anche  $f$  risulta integrabile in  $]0, 2]$ .

Calcolando esplicitamente l'integrale troncato con  $0 < a < 2$  si ha con il cambio di variabile  $t = e^x - 1$  e  $dt = e^x dx$

$$\int_a^2 \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx = \int_{e^a - 1}^{e^2 - 1} \frac{1}{\sqrt{t}} dt = 2\sqrt{t} \Big|_{e^a - 1}^{e^2 - 1} = 2\sqrt{e^2 - 1} - 2\sqrt{e^a - 1}.$$

e quindi

$$\lim_{a \rightarrow 0^+} \int_a^2 \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx = 2\sqrt{e^2 - 1}.$$

3 Risolvere, al variare del parametro  $\epsilon \in \mathbb{R}$ , l'equazione differenziale

$$y''(x) - 2\epsilon y'(x) + y(x) = e^x,$$

**Soluzione.** Cominciamo risolvendo l'equazione omogenea associata che è  $Y''(x) - 2\epsilon Y'(x) + Y(x) = 0$ . L'equazione caratteristica  $\lambda^2 - 2\epsilon\lambda + 1 = 0$  ha come soluzioni

$$\lambda = \epsilon \pm \sqrt{\epsilon^2 - 1},$$

e quindi si hanno

- (a) due soluzioni reali distinte per  $|\epsilon| > 1$
- (b) la soluzione  $\lambda = 1$  con molteplicità due se  $\epsilon = 1$ ,
- (c) la soluzione  $\lambda = -1$  con molteplicità due se  $\epsilon = -1$ ,
- (d) due soluzioni complesse e coniugate se  $|\epsilon| < 1$ .

Nel caso (a) le soluzioni dell'omogenea sono  $Y(x) = c_1 e^{(\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 1})x} + c_2 e^{(\epsilon - \sqrt{\epsilon^2 - 1})x}$  e, non essendoci risonanza dato che  $\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 1} = 1$  solo quando  $\epsilon = 1$ , la soluzione della non-omogenea va cercata della forma  $y_f(x) = ae^x$ . Quindi risolvendo  $a(2 - 2\epsilon) = 1$ , quindi  $y_f = \frac{1}{2-2\epsilon}e^x$ .

Nel caso (d) le soluzioni dell'omogenea sono  $Y(x) = c_1 e^{\epsilon x} \cos(\sqrt{1 - \epsilon^2}x) + c_2 e^{\epsilon x} \sin(\sqrt{1 - \epsilon^2}x)$  e  $y_f$  rimane la stessa.

Nel caso (c) se dell'omogenea sono  $Y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x}$  e  $y_f$  non cambia non essendoci risonanza.

Nel caso (b) le soluzioni dell'omogenea sono  $Y(x) = c_1 e^x + c_2 x e^x$  ed essendoci risonanza (radice  $\lambda = 1$  con molteplicità  $\mu = 2$ ) la soluzione particolare va cercata della forma  $y_f(x) = ax^2 e^x$ . Svolgendo i calcoli  $y_f(x) = \frac{1}{2}x^2 e^x$ .

- 4 Sia  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ . Dimostrare che, chiamate  $z_0, z_1, \dots, z_{n-1}$  le radici  $n$ -esime complesse di 1, si ha che

$$\sum_{k=0}^{n-1} z_k = 0.$$

*Suggerimento: usare la forma esponenziale*

**Soluzione.** Le radici  $n$ -esime di 1 si scrivono in forma esponenziale nel modo seguente: Dato che  $1 = \rho e^{i\theta} = 1 e^{i0}$

$$z_k = e^{i2\pi k/n} \quad k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Osserviamo quindi che  $z_k = e^{i2\pi k/n} = z_k = e^{(i2\pi/n)k} = (e^{i2\pi/n})^k$  e si tratta quindi di una progressione geometrica.

Pertanto usando la formula esplicita per la somma di una progressione geometrica

$$\sum_{k=0}^{n-1} z_k = \sum_{k=0}^{n-1} (e^{i2\pi/n})^k = \frac{1 - e^{i2\pi n/n}}{1 - e^{i2\pi/n}}$$

e dato che  $e^{i2\pi n/n} = e^{i2\pi} = 1$  si ha  $\sum_{k=0}^{n-1} z_k = 0$ .