Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, solo il foglio A4 di appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=878735

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=878735

PARTE A

1. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^3 - \|z\|^3\|$ vale
   A: $\sqrt{3}$ B: 1 C: 2 D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

2. Il raggio di convergenza della serie
   $$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{2^n} x^n$$
   vale
   A: 1 B: 1/2 C: N.A. D: 0 E: $+\infty$

3. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua
   A: $a > 0$, (a, a^a) B: N.E. C: $a = 0$, $b < 0$ D: $(a, 1 - a)$ E: N.A.

4. Data $f(x) = \left(x^2\right)^{(x^3)}$ allore $f'(1)$ vale
   A: N.E. B: $\sqrt[3]{2}$ C: N.A. D: 2 E: 3

5. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$ ha come soluzione
   A: N.A. B: N.E. C: $y = \mathrm{e}^x + \log(x) - \mathrm{e}$ D: $y = x\log(x) - x + 1$ E: $y = x\log(x)$

6. L'integrale improprio
   $$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$
   vale
   A: 1 B: $\frac{1}{\log(16)}$ C: N.E. D: N.A. E: 2^{-1}

7. Inf, min, sup e max dell'insieme
   $$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$
   valgono
   A: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ B: $\{0, 0, 1, 1\}$ C: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ D: $\{1, 1, 2, 2\}$ E: N.A.

8. L'integrale
   $$\int_0^{\pi/2} \cos(4^4 x)\, dx$$
   vale
   A: 0 B: -1 C: π D: 1 E: N.A.

9. Data $f(x) = \log(1 + 2x)$ allore $f^{(3)}(0)$ vale
   A: -1 B: 0 C: 1 D: N.A. E: N.E.

10. Il limite
    $$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n(\mathrm{e} + \sin(n))}$$
    vale
    A: N.E. B: N.A. C: $+\infty$ D: 1 E: 0

CODICE=878735

CODICE=878735

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, solo il foglio A4 di appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=379038

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=379038

PARTE A

1. Il raggio di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{2^n} x^n$$
vale
A: 1 B: N.A. C: 0 D: 1/2 E: $+\infty$

2. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^3 - \|z\|^3\|$ vale
A: $\sqrt{2}$ B: $\sqrt{3}$ C: N.A. D: 2 E: 1

3. Data $f(x) = \log(1 + 2x)$ allore $f^{(3)}(0)$ vale
A: 1 B: N.E. C: N.A. D: 0 E: -1

4. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$
valgono
A: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ B: $\{0, 0, 1, 1\}$ C: $\{1, 1, 2, 2\}$ D: N.A. E: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$

5. L'integrale improprio
$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$
vale
A: $\frac{1}{\log(16)}$ B: 2^{-1} C: 1 D: N.A. E: N.E.

6. Data $f(x) = \left(x^2\right)^{(x^3)}$ allore $f'(1)$ vale
A: N.A. B: 3 C: $\sqrt[3]{2}$ D: 2 E: N.E.

7. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$ ha come soluzione
A: N.E. B: $y = e^x + \log(x) - e$ C: $y = x\log(x) - x + 1$ D: N.A. E: $y = x\log(x)$

8. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n(e + \sin(n))}$$
vale
A: $+\infty$ B: 1 C: N.A. D: N.E. E: 0

9. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua
A: N.A. B: $(a, 1 - a)$ C: $a = 0$, $b < 0$ D: $a > 0$, (a, a^a) E: N.E.

10. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(4^4 x)\, dx$$
vale
A: N.A. B: -1 C: 1 D: 0 E: π

CODICE=379038

CODICE=379038

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, solo il foglio A4 di appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=070009

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=070009

PARTE A

1. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^3 - \|z\|^3\|$ vale
A: $\sqrt{3}$ B: N.A. C: $\sqrt{2}$ D: 1 E: 2

2. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(4^4 x)\, dx$$
vale
A: 0 B: N.A. C: 1 D: -1 E: π

3. Il raggio di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{2^n} x^n$$
vale
A: N.A. B: $+\infty$ C: $1/2$ D: 1 E: 0

4. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua
A: N.E. B: $a = 0$, $b < 0$ C: $a > 0$, (a, a^a) D: $(a, 1 - a)$ E: N.A.

5. Data $f(x) = \left(x^2\right)^{(x^3)}$ allore $f'(1)$ vale
A: N.A. B: 3 C: $\sqrt[3]{2}$ D: N.E. E: 2

6. L'integrale improprio
$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$
vale
A: N.E. B: 2^{-1} C: N.A. D: $\frac{1}{\log(16)}$ E: 1

7. Il limite
$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{n(\mathrm{e} + \sin(n))}$$
vale
A: N.A. B: $+\infty$ C: N.E. D: 1 E: 0

8. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$
valgono
A: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{0, 0, 1, 1\}$ D: $\{1, 1, 2, 2\}$ E: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$

9. Data $f(x) = \log(1 + 2x)$ allore $f^{(3)}(0)$ vale
A: -1 B: N.A. C: 1 D: N.E. E: 0

10. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$ ha come soluzione
A: $y = \mathrm{e}^x + \log(x) - \mathrm{e}$ B: N.E. C: $y = x\log(x)$ D: $y = x\log(x) - x + 1$ E: N.A.

CODICE=070009

CODICE=070009

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	○	○	●
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	●	○
6	○	●	○	○	○
7	●	○	○	○	○
8	●	○	○	○	○
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=878735

CODICE=878735

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	○	●
5	●	○	○	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	●	○	○
8	○	●	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=379038

CODICE=379038

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	○	○	●
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	○	●
6	○	○	○	●	○
7	○	○	○	●	○
8	●	○	○	○	○
9	○	●	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=070009

CODICE=070009

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, solo il foglio A4 di appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=064920

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=064920

PARTE A

1. Data $f(x) = \log(1+2x)$ allore $f^{(3)}(0)$ vale
   A: 0 B: N.E. C: 16 D: -1 E: 1
2. L'integrale
   $$\int_0^{\pi/2} \cos(4^6 x)\, dx$$
   vale
   A: 0 B: N.A. C: π D: 1 E: -1
3. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^2 - \|z\|^2\|$ vale
   A: $\sqrt{2}$ B: N.A. C: 1 D: N.E. E: 2
4. Il raggio di convergenza della serie
   $$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{2^n} x^n$$
   vale
   A: $1/2$ B: 1 C: $+\infty$ D: N.A. E: N.E.
5. Inf, min, sup e max dell'insieme
   $$A = \{9^{\log(x)} : x \in]0,1[\},$$
   valgono
   A: $\{0,0,1,1\}$ B: $\{1,1,2,2\}$ C: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$
6. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$ ha come soluzione
   A: N.A. B: $y = \mathrm{e}^x + \log(x) - \mathrm{e}$ C: $y = x\log(x)$ D: N.E. E: $y = x\log(x) - x + 1$
7. L'integrale improprio
   $$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$
   vale
   A: 1 B: $\frac{1}{4\log(2)}$ C: 2^{-1} D: N.A. E: N.E.
8. Data $f(x) = \left(x^3\right)^{(x^2)}$ allore $f'(1)$ vale
   A: $\sqrt[3]{2}$ B: 3 C: 2 D: N.A. E: N.E.
9. Il limite
   $$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n(\pi + \sin(n))}$$
   vale
   A: N.A. B: $+\infty$ C: $1/2$ D: N.E. E: 0
10. Per quali valori di $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \le 0 \end{cases}$ risulta continua
    A: N.E. B: $(a, 1-a)$ C: N.A. D: $a > 0$, (a, a^a) E: $a = 0$, $b < 0$

CODICE=064920

CODICE=064920

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, solo il foglio A4 di appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=165599

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=165599

PARTE A

1. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^2 - \|z\|^2\|$ vale
   A: N.A. B: 1 C: $\sqrt{2}$ D: 2 E: N.E.

2. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{9^{\log(x)} : x \in]0,1[\},$$
   valgono
   A: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ B: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{1,1,2,2\}$ E: $\{0,0,1,1\}$

3. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$ ha come soluzione
   A: N.E. B: $y = x\log(x) - x + 1$ C: $y = x\log(x)$ D: N.A. E: $y = \mathrm{e}^x + \log(x) - \mathrm{e}$

4. Data $f(x) = \log(1+2x)$ allore $f^{(3)}(0)$ vale
   A: 16 B: -1 C: 0 D: 1 E: N.E.

5. Il raggio di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{2^n} x^n$$
   vale
   A: $+\infty$ B: $1/2$ C: 1 D: N.A. E: N.E.

6. Data $f(x) = \left(x^3\right)^{(x^2)}$ allore $f'(1)$ vale
   A: $\sqrt[3]{2}$ B: N.A. C: N.E. D: 2 E: 3

7. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(4^6 x)\, dx$$
   vale
   A: N.A. B: 0 C: π D: 1 E: -1

8. L'integrale improprio
$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$
   vale
   A: N.E. B: 1 C: $\frac{1}{4\log(2)}$ D: N.A. E: 2^{-1}

9. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n(\pi + \sin(n))}$$
   vale
   A: $1/2$ B: N.E. C: N.A. D: $+\infty$ E: 0

10. Per quali valori di $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua
    A: N.A. B: N.E. C: $(a, 1-a)$ D: $a = 0$, $b < 0$ E: $a > 0$, (a, a^a)

CODICE=165599

CODICE=165599

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, solo il foglio A4 di appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=076714

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=076714

PARTE A

1. L'integrale improprio
$$\int_{2}^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$
vale
A: N.E. B: $\frac{1}{4\log(2)}$ C: 2^{-1} D: N.A. E: 1

2. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{9^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$
valgono
A: N.A. B: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ D: $\{1, 1, 2, 2\}$ E: $\{0, 0, 1, 1\}$

3. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua
A: N.A. B: N.E. C: $(a, 1 - a)$ D: $a > 0$, (a, a^a) E: $a = 0$, $b < 0$

4. Il raggio di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{2^n} x^n$$
vale
A: 1/2 B: $+\infty$ C: N.E. D: 1 E: N.A.

5. L'integrale
$$\int_{0}^{\pi/2} \cos(4^6 x)\, dx$$
vale
A: π B: N.A. C: 0 D: -1 E: 1

6. Data $f(x) = \left(x^3\right)^{(x^2)}$ allore $f'(1)$ vale
A: 2 B: N.A. C: $\sqrt[3]{2}$ D: 3 E: N.E.

7. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^2 - \|z\|^2\|$ vale
A: $\sqrt{2}$ B: N.E. C: 2 D: 1 E: N.A.

8. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 0 \end{cases}$ ha come soluzione
A: N.A. B: $y = \mathrm{e}^x + \log(x) - \mathrm{e}$ C: N.E. D: $y = x\log(x)$ E: $y = x\log(x) - x + 1$

9. Data $f(x) = \log(1 + 2x)$ allore $f^{(3)}(0)$ vale
A: 1 B: N.E. C: 16 D: 0 E: -1

10. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n(\pi + \sin(n))}$$
vale
A: N.E. B: 0 C: N.A. D: $+\infty$ E: 1/2

CODICE=076714

CODICE=076714

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	○	○	●
4	○	○	○	●	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	●	○	○	○
8	○	●	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=064920

CODICE=064920

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	●	○	○	○
3	○	●	○	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	●	○
6	○	○	○	○	●
7	○	●	○	○	○
8	○	○	●	○	○
9	○	○	●	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=165599

CODICE=165599

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	●	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=076714

CODICE=076714

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2023

PARTE B

1 Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{2}{\sin(x)} + 1 \qquad x \in]0, 2\pi[\setminus \{\pi\},$$

determinando, in particolare, eventuali massimi e minimi locali e assoluti.

Soluzione. Osserviamo che la funzione si può scrivere come

$$f(x) = \frac{(\sin(x) - 1)^2}{\sin^2(x)}$$

e che quindi risulta non-negativa. Inoltre $f(x) = 0$ per $x = \pi/2$ e quindi 0 è il minimo assoluto.

Inoltre dato che il denominatore si annulla per $x = 0, \pi, 2\pi$ e in tali punti il numeratore vale 1, si ha

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to\pi} f(x) = \lim_{x\to 2\pi^-} f(x) = +\infty,$$

e quindi non esiste massimo assoluto perchà la funzione non è limitata superiormente.

Calcolando la derivata si ha

$$f'(x) = 2\frac{\cos(x)(\sin(x) - 1)}{\sin^3(x)},$$

e dato che $\sin(x) - 1 \leq 0$ e si annulla solo per $x = \pi/2$ si ha, studiando i segni

$$f'(x) < 0 \quad \text{per}]0, \pi/2[\cup]\pi, 3\pi/2[$$

$$f'(x) > 0 \quad \text{per}]\pi/2, \pi[\cup]3\pi/2, \pi[$$

dato che si ha uno zero (con cambio di segno da negativa a positiva) della derivata per $x = \pi/2, 3\pi/2$, ne segue che si hanno due punti di minimo locale e non ci sono quindi punti di massimo locale. Dato che

$$f(\pi/2) = 0 \qquad f(3\pi/2) = 4$$

si ha che il minimo assoluto vale 0, mentre $3\pi/2$ è punto di minimo locale.

2 Calcolare

$$I_n = \int_0^1 x^n \log(x)\, dx,$$

e studiare $\lim_{n\to+\infty} I_n$.

Soluzione. La funzione $x^n \log(x)$ è definita per $x > 0$ e per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $\lim_{x\to 0^+} x^n \log(x)$. Per calcolare l'integrale in questione integriamo per parti, ma notando che $\log(x)$ non è definito in $x = 0$ scriviamo

$$I_n = \lim_{\epsilon\to 0^+} \int_\epsilon^1 x^n \log(x)\, dx.$$

CODICE=076714

Ora integrando per parti

$$\int_\epsilon^1 x^n \log(x)\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\log(x)\Big|_\epsilon^1 - \int_\epsilon^1 \frac{x^{n+1}}{n+1}\frac{1}{x}\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\log(x) - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\Big|_\epsilon^1$$

e passando al limite per $\epsilon \to 0$ l'integrale converge e

$$I_n = \int_o^1 x^n \log(x)\,dx = -\frac{1}{(n+1)^2},$$

da cui $\lim_n I_n = 0$.

3 Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \mathrm{e}^x, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

Soluzione. Risolvendo l'omogenea associata si ha che equazione caratteristica ha come soluzione $\lambda = 1$ con molteplicità 2, e quindi le soluzioni dell'omogenea sono

$$c_1\mathrm{e}^x + c_2 x\mathrm{e}^x \qquad c_1, c_2 \in \mathbb{R},$$

Siamo nel caso con risonanza e quindi la soluzione particolare non va cercata della forma $y_f(x) = a\mathrm{e}^x$, ma della forma

$$y_f(x) = ax^2\mathrm{e}^x,$$

vista la molteplicità 2 della radice $\lambda = 1$. Sostituendo troviamo quindi

$$y_f''(x) - 2y_f'(x) + y_f(x) = 2a\mathrm{e}^x,$$

da cui $a = 1/2$ e l'integrale generale vale

$$c_1\mathrm{e}^x + c_2 x\mathrm{e}^x + \frac{1}{2}x^2\mathrm{e}^x.$$

Imponendo le condizioni iniziali si ottiene

$$y(0) = c_1 = 0 \qquad y'(0) = c_1 + c_2 = 0,$$

da cui $c_1 = c_2 = 0$ e la soluzuine risulta $y(x) = \frac{1}{2}x^2\mathrm{e}^x$.

4 Studiare al variare di $\alpha, \beta \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ i limiti

$$\lim_{x\to 0^+} (x^\alpha)^{x^\beta} \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to 0^+} (x^\alpha)^{\sin(x^\beta)}.$$

Soluzione.

Usando le proprietè dell'esponenziale scriviamo

$$(x^\alpha)^{x^\beta} = \mathrm{e}^{\alpha x^\beta \log(x)}$$

e quindi per ogni $\beta > 0$ si ha $x^\beta \log(x) \to 0$ indipendentemente dal valore di $\alpha \neq 0$. Il limite pertanto risulta uguale a $\mathrm{e}^0 = 1$.

Per $\beta < 0$ si ha $x^\beta \to +\infty$ e quindi $x^\beta \log(x) \to -\infty$ pertanto $\alpha x^\beta \log(x) \to -\infty$ per $\alpha > 0$ e $\alpha x^\beta \log(x) \to +\infty$ per $\alpha < 0$. Quindi

$$\lim_{x\to 0^+} (x^\alpha)^{x^\beta} = \begin{cases} +\infty & \text{per } \beta < 0,\ \alpha < 0 \\ 0 & \text{per } \beta < 0,\ \alpha > 0 \end{cases}$$

CODICE=076714

Il secondo limite si comporta come il primo per $\beta > 0$ dato che $\sin(x^\beta) = O(x^\beta)$ per $x \to 0$ e

$$(x^\alpha)^{\sin(x^\beta)} = \mathrm{e}^{\alpha \sin(x^\beta) \log(x)} \sim \mathrm{e}^{\alpha x^\beta \log(x)}.$$

Nel caso $\beta < 0$ invece si ha che

$$\lim_{x \to 0^+} \sin(x^\beta) = N.E.,$$

e inoltre il $\sin(x^\beta)$ oscilla tra -1 e $+1$ infinite volte in ogni intorno destro di $x = 0$. Pertanto la quantità

$$\alpha \sin(x^\beta) \log(x)$$

non ha limite per $x \to 0^+$ dato che oscilla tra $-\infty$ e $+\infty$. La quantità $(x^\alpha)^{\sin(x^\beta)}$ oscilla tra 0 e $+\infty$ in ogni intorno destro dello zero e quindi il limite non esiste.

CODICE=076714