Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=658852

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=658852

PARTE A

1. La derivata della funzione $(\sin(x))^{\cos(\pi x)}$ nel punto $x = 1/2$ vale

   A: N.A. B: $\pi \sin(1/2)^{\cos(\pi/2)} \sin(\pi/2)$ C: $+\infty$ D: $-\pi \log\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ E: $\pi \log\left(\frac{\pi}{2}\right)$

2. La funzione $f(x) : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{1 + \sin(x)}$ è

   A: iniettiva B: surgettiva C: derivabile almeno una volta D: N.A. E: negativa o nulla

3. La serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{3n + 4n^2} x^n$$

   risulta convergente per

   A: $|x| < 1$ B: $x = 0$ C: N.A. D: $-1 \leq x \leq 1$ E: $\mathbb{R}$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \ \mathrm{e}^{-x^2} > \frac{1}{\mathrm{e}}\}$$

   valgono

   A: N.A. B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{1/\mathrm{e}, 1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$

5. Il minimo della funzione $f(x) = 1 + |\tan(x)|\,\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+x^2}}$ su $(-1, 1)$ è

   A: N.A. B: N.E. C: 0 D: 1 E: $1 + \tan(\pi/4)|\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+\pi^2/16}}$

6. Il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1 - \sin(x)}{\sin(x)\tan(x)}$$

   vale

   A: 1 B: 0 C: $+\infty$ D: $N.A.$ E: 1/2

7. L'integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 3x}\, dx$$

   vale

   A: $\log(3/2)$. B: N.A. C: $\log(2/3)$ D: 0 E: 1

8. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{2x}{1 - x^2}\, dx$$

   vale

   A: $\log(3/8)$ B: N.A. C: $\log(8/3)$ D: N.E. E: $\arctan(3) - \arctan(2)$

9. Data y soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ allora $y(1)$ vale

   A: 0 B: e C: N.A. D: N.E. E: $\sqrt{\mathrm{e}}$

10. Trovare il modulo del numero complesso $z \cdot \overline{w}$ dove $z = 2\mathrm{e}^{i\pi}$ e $w = 1 + i$

    A: $2 + 2i$ B: 2 C: $2\sqrt{2}$ D: N.A. E: $\sqrt{5}$

CODICE=658852

CODICE=658852

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=782691

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=782691

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \; \mathrm{e}^{-x^2} > \frac{1}{\mathrm{e}}\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{1/\mathrm{e}, 1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ E: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$

2. La funzione $f(x) : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{1 + \sin(x)}$ è

A: surgettiva B: derivabile almeno una volta C: negativa o nulla D: N.A. E: iniettiva

3. Trovare il modulo del numero complesso $z \cdot \overline{w}$ dove $z = 2\mathrm{e}^{i\pi}$ e $w = 1 + i$

A: $2 + 2i$ B: 2 C: $2\sqrt{2}$ D: N.A. E: $\sqrt{5}$

4. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{2x}{1 - x^2}\, dx$$

vale

A: $\log(3/8)$ B: N.E. C: $\arctan(3) - \arctan(2)$ D: N.A. E: $\log(8/3)$

5. Il minimo della funzione $f(x) = 1 + |\tan(x)|\, \mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+x^2}}$ su $(-1, 1)$ è

A: N.E. B: 0 C: $1 + \tan(\pi/4)|\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+\pi^2/16}}$ D: N.A. E: 1

6. Data y soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ allora $y(1)$ vale

A: e B: N.A. C: 0 D: $\sqrt{\mathrm{e}}$ E: N.E.

7. Il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1 - \sin(x)}{\sin(x)\tan(x)}$$

vale

A: $+\infty$ B: 1 C: $1/2$ D: 0 E: $N.A.$

8. La derivata della funzione $(\sin(x))^{\cos(\pi x)}$ nel punto $x = 1/2$ vale

A: $+\infty$ B: $\pi \log\left(\frac{\pi}{2}\right)$ C: N.A. D: $-\pi \log\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ E: $\pi \sin(1/2)^{\cos(\pi/2)} \sin(\pi/2)$

9. L'integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 3x}\, dx$$

vale

A: N.A. B: $\log(3/2)$. C: 1 D: 0 E: $\log(2/3)$

10. La serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{3n + 4n^2} x^n$$

risulta convergente per

A: $|x| < 1$ B: $\mathbb{R}$ C: $x = 0$ D: $-1 \leq x \leq 1$ E: N.A.

CODICE=782691

CODICE=782691

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=035270

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=035270

PARTE A

1. Data y soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ allora $y(1)$ vale

   A: e   B: N.E.   C: N.A.   D: $\sqrt{\mathrm{e}}$ E: 0

2. L'integrale
$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 3x}\, dx$$
   vale

   A: $\log(3/2)$.   B: N.A.   C: 1   D: $\log(2/3)$ E: 0

3. La funzione $f(x) : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{1 + \sin(x)}$ è

   A: derivabile almeno una volta   B: negativa o nulla   C: surgettiva   D: N.A.   E: iniettiva

4. Trovare il modulo del numero complesso $z \cdot \overline{w}$ dove $z = 2\mathrm{e}^{i\pi}$ e $w = 1 + i$

   A: $2\sqrt{2}$ B: N.A.   C: 2   D: $\sqrt{5}$ E: $2 + 2i$

5. Il minimo della funzione $f(x) = 1 + |\tan(x)|\,\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+x^2}}$ su $(-1, 1)$ è

   A: N.E.   B: N.A.   C: 1   D: $1 + \tan(\pi/4)|\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+\pi^2/16}}$ E: 0

6. La derivata della funzione $(\sin(x))^{\cos(\pi x)}$ nel punto $x = 1/2$ vale

   A: $+\infty$ B: $\pi \log\left(\frac{\pi}{2}\right)$ C: $-\pi \log\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ D: N.A.   E: $\pi \sin(1/2)^{\cos(\pi/2)} \sin(\pi/2)$

7. La serie di potenze
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{3n + 4n^2} x^n$$
   risulta convergente per

   A: $\mathbb{R}$ B: $|x| < 1$ C: $x = 0$ D: $-1 \le x \le 1$ E: N.A.

8. L'integrale
$$\int_2^3 \frac{2x}{1 - x^2}\, dx$$
   vale

   A: N.A.   B: $\log(3/8)$ C: $\arctan(3) - \arctan(2)$ D: $\log(8/3)$ E: N.E.

9. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{x \in \mathbb{R} :\ \mathrm{e}^{-x^2} > \frac{1}{\mathrm{e}}\}$$
   valgono

   A: N.A.   B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{1/\mathrm{e}, 1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ D: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

10. Il limite
$$\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1 - \sin(x)}{\sin(x) \tan(x)}$$
   vale

   A: 0   B: 1   C: $+\infty$ D: 1/2   E: $N.A.$

CODICE=035270

CODICE=035270

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=796987

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=796987

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1 - \sin(x)}{\sin(x)\tan(x)}$$
vale

   A: $1/2$ B: 0 C: $N.A.$ D: $+\infty$ E: 1

2. Il minimo della funzione $f(x) = 1 + |\tan(x)|\,\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+x^2}}$ su $(-1,1)$ è

   A: 1 B: 0 C: N.A. D: $1 + \tan(\pi/4)|\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+\pi^2/16}}$ E: N.E.

3. L'integrale
$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 3x}\,dx$$
vale

   A: $\log(3/2)$. B: 1 C: N.A. D: 0 E: $\log(2/3)$

4. La derivata della funzione $(\sin(x))^{\cos(\pi x)}$ nel punto $x = 1/2$ vale

   A: $-\pi\log\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ B: $\pi\log\left(\frac{\pi}{2}\right)$ C: $\pi\sin(1/2)^{\cos(\pi/2)}\sin(\pi/2)$ D: $+\infty$ E: N.A.

5. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{x \in \mathbb{R} :\ \mathrm{e}^{-x^2} > \frac{1}{\mathrm{e}}\}$$
valgono

   A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{1/\mathrm{e}, 1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ D: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

6. La funzione $f(x) : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{1 + \sin(x)}$ è

   A: iniettiva B: negativa o nulla C: surgettiva D: N.A. E: derivabile almeno una volta

7. Trovare il modulo del numero complesso $z \cdot \overline{w}$ dove $z = 2\mathrm{e}^{i\pi}$ e $w = 1 + i$

   A: $\sqrt{5}$ B: $2 + 2i$ C: N.A. D: 2 E: $2\sqrt{2}$

8. Data y soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ allora $y(1)$ vale

   A: N.A. B: e C: 0 D: N.E. E: $\sqrt{\mathrm{e}}$

9. L'integrale
$$\int_2^3 \frac{2x}{1 - x^2}\,dx$$
vale

   A: N.A. B: N.E. C: $\arctan(3) - \arctan(2)$ D: $\log(8/3)$ E: $\log(3/8)$

10. La serie di potenze
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{3n + 4n^2} x^n$$
risulta convergente per

    A: $-1 \le x \le 1$ B: N.A. C: $x = 0$ D: $\mathbb{R}$ E: $|x| < 1$

CODICE=796987

CODICE=796987

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=446754

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=446754

PARTE A

1. La serie di potenze
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{3n+4n^2} x^n$$
risulta convergente per
A: $\mathbb{R}$ B: $-1 \le x \le 1$ C: N.A. D: $x = 0$ E: $|x| < 1$

2. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{x \in \mathbb{R} : \ \mathrm{e}^{-x^2} > \frac{1}{\mathrm{e}}\}$$
valgono
A: N.A. B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{1/\mathrm{e}, 1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ D: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

3. L'integrale
$$\int_2^3 \frac{2x}{1-x^2}\, dx$$
vale
A: $\log(3/8)$ B: N.E. C: $\log(8/3)$ D: N.A. E: $\arctan(3) - \arctan(2)$

4. Il minimo della funzione $f(x) = 1 + |\tan(x)|\, \mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+x^2}}$ su $(-1, 1)$ è
A: $1 + \tan(\pi/4)|\mathrm{e}^{\sqrt[4]{1+\pi^2/16}}$ B: 1 C: N.A. D: N.E. E: 0

5. L'integrale
$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 3x}\, dx$$
vale
A: N.A. B: 1 C: 0 D: $\log(3/2)$. E: $\log(2/3)$

6. La derivata della funzione $(\sin(x))^{\cos(\pi x)}$ nel punto $x = 1/2$ vale
A: $+\infty$ B: N.A. C: $\pi \sin(1/2)^{\cos(\pi/2)} \sin(\pi/2)$ D: $-\pi \log\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ E: $\pi \log\left(\frac{\pi}{2}\right)$

7. Data y soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ allora $y(1)$ vale
A: N.A. B: e C: N.E. D: 0 E: $\sqrt{\mathrm{e}}$

8. La funzione $f(x) : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{1 + \sin(x)}$ è
A: surgettiva B: negativa o nulla C: derivabile almeno una volta D: N.A. E: iniettiva

9. Trovare il modulo del numero complesso $z \cdot \overline{w}$ dove $z = 2\mathrm{e}^{i\pi}$ e $w = 1 + i$
A: N.A. B: $2\sqrt{2}$ C: $2 + 2i$ D: $\sqrt{5}$ E: 2

10. Il limite
$$\lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{e}^x - 1 - \sin(x)}{\sin(x)\tan(x)}$$
vale
A: $1/2$ B: $N.A.$ C: 0 D: 1 E: $+\infty$

CODICE=446754

CODICE=446754

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	○	●	○
4	○	●	○	○	○
5	○	○	○	●	○
6	○	○	○	○	●
7	○	●	○	○	○
8	●	○	○	○	○
9	○	○	○	○	●
10	○	○	●	○	○

CODICE=658852

CODICE=658852

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	●	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	○	●	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	●	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=782691

CODICE=782691

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	●	○
8	○	●	○	○	○
9	○	●	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=035270

CODICE=035270

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	○	●	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	●	○	○	○	○

CODICE=796987

CODICE=796987

CODICE=796987

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	○	○	○	●
3	●	○	○	○	○
4	○	●	○	○	○
5	●	○	○	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	●	○
9	○	●	○	○	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=446754

CODICE=446754

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

16 febbraio 2017

PARTE B

1. a) Si studi la funzione $f(x) = |x^3|\mathrm{e}^{-x}$ per $x > 0$, individuando in particolare i punti di massimo e minimo locale e assoluto.

   b) Si studi al variare di $k \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni di
$$k\mathrm{e}^x = |x^3|.$$

Soluzione. a) La funzione si può scrivere come

$$f(x) = \begin{cases} x^3 e^{-x}, & x \geq 0 \\ -x^3 e^{-x}, & x < 0 \end{cases}$$

e si ha immediatamente che $f(x) > 0$ per $x \neq 0$ e $f(0) = 0$. Inoltre $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$. Per la derivata prima abbiamo

$$f'(x) = \begin{cases} (3-x)x^2 e^{-x}, & x > 0 \\ (x-3)x^2 e^{-x}, & x < 0 \end{cases} .$$

La funzione risulta anche derivabile in zero con $f^{'}(0) = 0$. Inoltre la funzione è decrescente fino a zero, crescente fino al punto $x = 3$ e di nuovo decrescente per $x > 3$, quindi in $x = 0$ abbiano un minimo locale e in $x = 3$ un massimo locale di valore $f(3) = \frac{27}{e^3}$. Per la derivata seconda abbiamo

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 6x + 6)xe^{-x}, & x > 0 \\ -(x^2 - 6x + 6)xe^{-x}, & x < 0 \end{cases} ,$$

e la funzione in zero è derivabile anche una seconda volta con $f''(0) = 0$. Dall'espressione della derivata segue che la funzione ha un flesso per $x = 3 - \sqrt{3}$ e uno in $x = 3 + \sqrt{3}$.

b) Per trovare il numero di soluzioni basta vedere quante soluzioni ammette $|x^3|e^{-x} = k$. Dallo studio di funzione segue immediatamente che il numero di soluzioni è : nessuna per $k < 0$; una per $k = 0$: tre per $0 < k < 27/e^3$; due per $k = 27/e^3$; una per $k > 27/e^3$.

2. a) Si consideri, per $n \in \mathbb{N}$, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = x^n \\ y(0) = 0 \quad \text{e} \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

   Chiamata $y_n(x)$ la soluzione, si calcoli, al variare di n

$$\lim_{n\to+\infty} y_n(1/2).$$

CODICE=446754

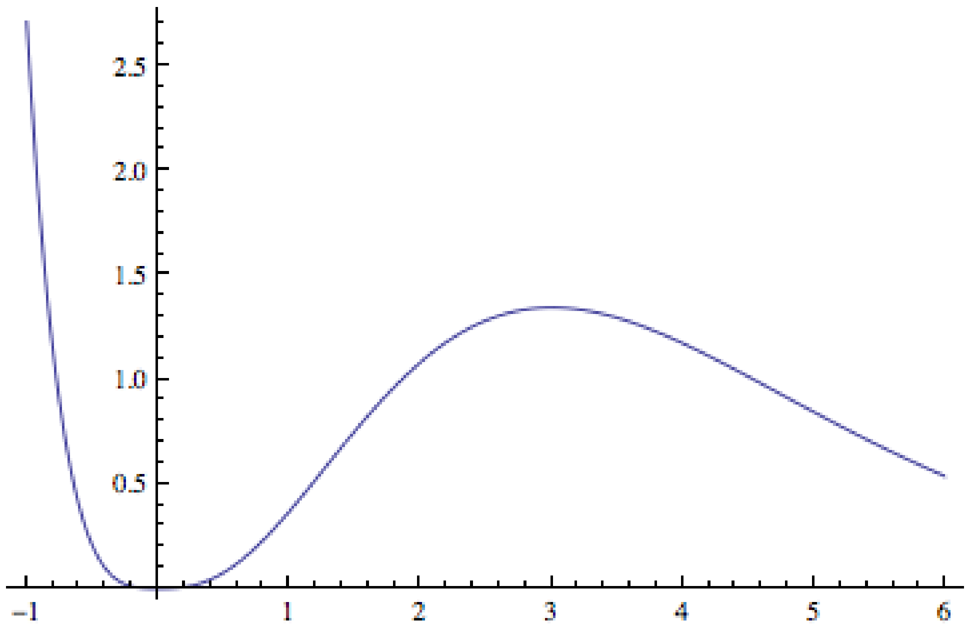

Figura 1: grafico approssimativo di $f(x) = |x^3|e^{-x}$

b) Si trovi la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = x^{-2} \\ y(1) = 0 \quad \text{e} \quad y'(1) = 1. \end{cases}$$

Soluzione. a) Integrando una volta si ottiene che $y_n' = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c_1$ e integrando una seconda volta si ha $y_n = \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)} + c_1 x + c_2$ e sostituendo le condizioni iniziali si ottiene che $y_n = \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)} + x$. Quindi

$$\lim_{n\to\infty} y_n\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2^{n+2}(n*2)(n+1)} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

b) Procedendo come prima si ha $y_n' = -\frac{1}{x} + c_1$ e $y_n = -\log(x) + c_1 x + c_2$. Imponendo le condizioni iniziali si ottiene $y_n = 2x - \log(x) - 2$.

3. Studiare, al variare di $a > 0$ la convergenza dell'integrale

$$\int_0^5 \frac{x^2 - 3ax + 2a^2}{x^2 - 1}\, dx.$$

Se esistono valori di a per cui l'integrale risulta convergente, calcolarne il valore.

Soluzione. a) L'integrando si può scrivere come $\dfrac{(x-a)(x-2a)}{(x-1)(x+1)}$. Se $a \neq 1, 1/2$ allora vicino a $x = 1$ si ha che

$$\frac{x^2 - 3ax - 2a^2}{x^2 - 1} \sim \frac{1}{x-1},$$

che diverge. Se invece $a = 1$ o $a = 1/2$ il denominatore si semplifica e la funzione risulta limitata in $[0, 5]$, dunque integrabile. Quindi l'integrale è convergente se e solo se $a = 1$ o $a = 1/2$.

CODICE=446754

b) Per $a = 1$ si ha

$$\int_0^5 \frac{x-2}{x+1}dx = \int_0^5 \left(1 - \frac{3}{x+1}\right) dx = [x - 3\log|x+1|]_0^5 = 5 - 3\log(6).$$

In modo del tutto analogo per $a = 1/2$ si ottiene

$$\int_0^5 \frac{x-1/2}{x+1}dx = \int_0^5 \left(1 - \frac{3}{2}\frac{1}{x+1}\right) dx = 5 - \frac{3}{2}\log(6).$$

4. Data la funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2x}\right) \qquad x \in]1/100, 1].$$

sia A l'insieme dei punti di massimo relativo e B l'insieme dei punti di minimo relativo. Calcolare

$$\#A - \#B.$$

Soluzione. Con la sostituzione $x = 1/t$, si scopre che il problema è equivalente a calcolare la differenza tra il numero di massimi e il numero dei minimi locali della funzione $g(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ per $t \in]1, 100[$. Sappiamo che i massimi relativi si ottengono quando $\frac{\pi}{2}t = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, ovvero per $t = 1 + 4k$ e che i minimi relativi si ottengono quando $\frac{\pi}{2}t = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, ovvero per $t = 3 + 4k$. Quanti di questi punti stanno in $]1, 100[$? Per $k = 0$ nessun punto appartiene all'intervallo. Per $k = 1, \ldots, 24$ entrambi i punti stanno nell'intervallo, mentre per $k \geq 25$ nessun punto appartiene all'intervallo considerato. Quindi $\#A - \#B = 0$.

CODICE=446754