Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=375150

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=375150

PARTE A

1. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

   A: 1 B: 2 C: N.A. D: 3 E: Nessuna

2. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

   A: N.A. B: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ C: N.E. D: i E: -1

3. La funzione $f(x) =:]0,1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

   A: continua B: surgettiva C: N.A. D: positiva E: iniettiva

4. Il limite
$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$
   vale

   A: N.E. B: $N.A.$ C: 1 D: -2 E: 2

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

   A: x B: $1 - x$ C: N.A. D: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x}x$ E: $\mathrm{e}\,x$

6. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0, 2]$ sono

   A: max $= 8$, min $= -1$ B: max $= 0$, min $= -1$ C: N.A. D: entrambi non esistono
   E: non esiste max, min $= 0$

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

   A: $R = 3/2$ B: N.A. C: $R = 3/4$ D: $R = 0$ E: $R = +\infty$

8. L'integrale
$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\,dx$$
   vale

   A: 1 B: $-\infty$ C: $\log(1/2)$ D: $\log(2)$ E: N.A.

9. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\,dx$$
   vale

   A: π B: $-1/3$ C: N.A. D: 0 E: $1/2$

10. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$
    valgono

    A: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$
    E: N.A.

CODICE=375150

CODICE=375150

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=736011

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=736011

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|}: \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$

valgono

A: $\{-1, -1, 1, 1\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

2. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0, 2]$ sono

A: entrambi non esistono B: max $= 8$, min $= -1$ C: N.A. D: non esiste max, min $= 0$
E: max $= 0$, min $= -1$

3. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

A: N.A. B: $R = 3/4$ C: $R = 3/2$ D: $R = +\infty$ E: $R = 0$

4. La funzione $f(x) =:]0, 1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

A: surgettiva B: iniettiva C: continua D: N.A. E: positiva

5. L'integrale

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\, dx$$

vale

A: N.A. B: $-\infty$ C: $\log(2)$ D: $\log(1/2)$ E: 1

6. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

A: N.A. B: Nessuna C: 3 D: 2 E: 1

7. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

A: i B: N.A. C: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ D: N.E. E: -1

8. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\, dx$$

vale

A: $-1/3$ B: π C: N.A. D: $1/2$ E: 0

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

A: $\mathrm{e}\,x$ B: $1 - x$ C: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x}x$ D: N.A. E: x

10. Il limite

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$

vale

A: N.E. B: 2 C: -2 D: $N.A.$ E: 1

CODICE=736011

CODICE=736011

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=573388

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=573388

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\, dx$$
vale
A: N.A. B: 1/2 C: π D: 0 E: $-1/3$

2. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0, 2]$ sono
A: max $= 0$, min $= -1$ B: entrambi non esistono C: N.A. D: non esiste max, min $= 0$
E: max $= 8$, min $= -1$

3. La funzione $f(x) =:]0, 1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \log(x^2)$ è
A: N.A. B: continua C: surgettiva D: positiva E: iniettiva

4. L'integrale
$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x \log(x)}\, dx$$
vale
A: 1 B: log(1/2) C: log(2) D: N.A. E: $-\infty$

5. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$
valgono
A: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{-1, -1, 1, 1\}$ E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$
A: N.A. B: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x} x$ C: $\mathrm{e}\, x$ D: x E: $1 - x$

7. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n} (x - 1)^n$$
A: $R = 3/2$ B: $R = 0$ C: $R = 3/4$ D: $R = +\infty$ E: N.A.

8. Il limite
$$\lim_{x \to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$
vale
A: 1 B: $N.A.$ C: 2 D: -2 E: N.E.

9. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale
A: -1 B: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ C: N.A. D: i E: N.E.

10. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla
A: 1 B: N.A. C: Nessuna D: 2 E: 3

CODICE=573388

CODICE=573388

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=514738

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=514738

PARTE A

1. La funzione $f(x) =:]0,1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

   A: N.A. B: positiva C: iniettiva D: surgettiva E: continua

2. L'integrale

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\,dx$$

   vale

   A: $\log(1/2)$ B: $\log(2)$ C: N.A. D: 1 E: $-\infty$

3. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0,2]$ sono

   A: non esiste max, min $= 0$ B: max $= 8$, min $= -1$ C: max $= 0$, min $= -1$ D: entrambi non esistono E: N.A.

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

   A: $R = 3/2$ B: N.A. C: $R = 3/4$ D: $R = 0$ E: $R = +\infty$

5. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

   A: N.E. B: -1 C: i D: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ E: N.A.

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$

   valgono

   A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ E: $\{-1, -1, 1, 1\}$

7. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

   A: 1 B: 2 C: 3 D: Nessuna E: N.A.

8. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

   A: x B: N.A. C: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x}x$ D: $\mathrm{e}\,x$ E: $1 - x$

9. Il limite

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$

   vale

   A: $N.A.$ B: 1 C: N.E. D: 2 E: -2

10. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\,dx$$

   vale

   A: $1/2$ B: π C: N.A. D: $-1/3$ E: 0

CODICE=514738

CODICE=514738

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	○	○	○	○	●
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	○	●
6	●	○	○	○	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	●	○
9	○	●	○	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=375150

CODICE=375150

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome)	
(Nome)	
(Numero di matricola)	

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	●	○	○
5	○	○	●	○	○
6	●	○	○	○	○
7	○	○	○	○	●
8	●	○	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=736011

CODICE=736011

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	○	○	●
3	○	●	○	○	○
4	○	○	●	○	○
5	○	○	○	●	○
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	●	○
8	○	○	●	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=573388

CODICE=573388

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	●	○	○	○
3	○	●	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	●	○	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	●	○
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=514738

CODICE=514738

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=319327

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=319327

PARTE A

1. La funzione $f(x) =:]0,1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

   A: N.A. B: surgettiva C: positiva D: continua E: iniettiva

2. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$

   valgono

   A: N.A. B: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

3. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0,2]$ sono

   A: non esiste max, min $= 0$ B: N.A. C: max $= 8$, min $= -1$ D: entrambi non esistono
   E: max $= 0$, min $= -1$

4. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

   A: -1 B: N.E. C: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ D: i E: N.A.

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

   A: $1 - x$ B: N.A. C: x D: $\mathrm{e}\,x$ E: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x} x$

6. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\, dx$$

   vale

   A: $1/2$ B: $-1/3$ C: 0 D: N.A. E: π

7. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

   A: 1 B: 3 C: Nessuna D: N.A. E: 2

8. L'integrale

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\, dx$$

   vale

   A: $\log(2)$ B: $-\infty$ C: 1 D: N.A. E: $\log(1/2)$

9. Il limite

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$

   vale

   A: $N.A.$ B: 2 C: N.E. D: -2 E: 1

10. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

   A: $R = +\infty$ B: $R = 0$ C: $R = 3/2$ D: N.A. E: $R = 3/4$

CODICE=319327

CODICE=319327

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=944933

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=944933

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$
vale

   A: $N.A.$ B: -2 C: N.E. D: 1 E: 2

2. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

   A: N.A. B: 3 C: 1 D: 2 E: Nessuna

3. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\, dx$$
vale

   A: π B: $-1/3$ C: $1/2$ D: N.A. E: 0

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

   A: $R = +\infty$ B: $R = 0$ C: $R = 3/4$ D: $R = 3/2$ E: N.A.

5. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

   A: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ B: i C: -1 D: N.E. E: N.A.

6. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0, 2]$ sono

   A: non esiste max, min $= 0$ B: N.A. C: max $= 0$, min $= -1$ D: entrambi non esistono
   E: max $= 8$, min $= -1$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$
valgono

   A: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

8. L'integrale
$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\, dx$$
vale

   A: $-\infty$ B: 1 C: $\log(2)$ D: $\log(1/2)$ E: N.A.

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

   A: $\mathrm{e}\,x$ B: x C: $1 - x$ D: N.A. E: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x}x$

10. La funzione $f(x) =:]0, 1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

    A: N.A. B: positiva C: iniettiva D: surgettiva E: continua

CODICE=944933

CODICE=944933

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=358164

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=358164

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\,dx$$

vale

A: $-\infty$ B: N.A. C: $\log(2)$ D: 1 E: $\log(1/2)$

2. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0, 2]$ sono

A: entrambi non esistono B: non esiste max, min $= 0$ C: max $= 0$, min $= -1$ D: max $= 8$, min $= -1$ E: N.A.

3. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

A: 1 B: 3 C: Nessuna D: N.A. E: 2

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

A: N.A. B: $R = 3/4$ C: $R = 0$ D: $R = 3/2$ E: $R = +\infty$

5. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

A: N.A. B: i C: N.E. D: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ E: -1

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

A: $\mathrm{e}\,x$ B: $1 - x$ C: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x}x$ D: x E: N.A.

7. La funzione $f(x) =:]0, 1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

A: positiva B: continua C: surgettiva D: iniettiva E: N.A.

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, 1.\}$ E: $\{-1, -1, 1, 1\}$

9. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\,dx$$

vale

A: π B: 0 C: $-1/3$ D: $1/2$ E: N.A.

10. Il limite

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$

vale

A: 1 B: N.E. C: 2 D: -2 E: $N.A.$

CODICE=358164

CODICE=358164

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=805074

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=805074

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\, dx$$
vale
A: π B: 0 C: 1/2 D: $-1/3$ E: N.A.

2. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale
A: N.E. B: i C: N.A. D: -1 E: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$

3. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|}: \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$
valgono
A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: N.A. E: $\{0, N.E., 1, 1.\}$

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$
A: $1 - x$ B: x C: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x} x$ D: N.A. E: $\mathrm{e}\, x$

5. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0, 2]$ sono
A: N.A. B: entrambi non esistono C: max $= 8$, min $= -1$ D: non esiste max, min $= 0$
E: max $= 0$, min $= -1$

6. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n} (x-1)^n$$
A: $R = +\infty$ B: $R = 0$ C: $R = 3/4$ D: N.A. E: $R = 3/2$

7. L'integrale
$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x \log(x)}\, dx$$
vale
A: $\log(2)$ B: $\log(1/2)$ C: N.A. D: $-\infty$ E: 1

8. La funzione $f(x) =:]0, 1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \log(x^2)$ è
A: positiva B: continua C: N.A. D: iniettiva E: surgettiva

9. Il limite
$$\lim_{x \to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log |x|}$$
vale
A: $N.A.$ B: N.E. C: -2 D: 1 E: 2

10. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla
A: 1 B: 2 C: Nessuna D: 3 E: N.A.

CODICE=805074

CODICE=805074

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=878202

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=878202

PARTE A

1. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=100}^{+\infty} \frac{(4n)^{n/2}}{(3n)^n}(x-1)^n$$

A: $R = +\infty$ B: $R = 3/2$ C: $R = 3/4$ D: $R = 0$ E: N.A.

2. La funzione $f(x) =:]0,1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x\log(x^2)$ è

A: surgettiva B: N.A. C: continua D: positiva E: iniettiva

3. Quante sono le soluzioni di $\overline{z}z = |z|$, con parte immaginaria non nulla

A: 2 B: 1 C: 3 D: N.A. E: Nessuna

4. Il limite

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\log(x^2)}{\log|x|}$$

vale

A: N.E. B: 2 C: $N.A.$ D: -2 E: 1

5. Il numero complesso $\mathrm{e}^{(\pi \mathrm{e}^{i\pi/2})}$ vale

A: N.A. B: N.E. C: -1 D: $\mathrm{e}^{\pi}(\sin(1) + i\cos(1))$ E: i

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \mathrm{e}^{(\mathrm{e}^x)} - \mathrm{e}$ nel punto $x_0 = 0$ vale $\phi(x) =$

A: N.A. B: $\mathrm{e}^{x+\mathrm{e}^x}x$ C: $1-x$ D: x E: $\mathrm{e}\,x$

7. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(3x)\,dx$$

vale

A: $1/2$ B: π C: $-1/3$ D: N.A. E: 0

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{y = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|} : \qquad x \in \mathbb{R},\ x \neq k\pi \text{ per } k \in \mathbb{Z}\}$$

valgono

A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{-1,-1,1,1\}$ E: $\{0, N.E., 1, 1.\}$

9. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^4 - 2x^2$ su $[0,2]$ sono

A: max $= 0$, min $= -1$ B: non esiste max, min $= 0$ C: max $= 8$, min $= -1$ D: N.A. E: entrambi non esistono

10. L'integrale

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x\log(x)}\,dx$$

vale

A: $\log(2)$ B: $-\infty$ C: 1 D: N.A. E: $\log(1/2)$

CODICE=878202

CODICE=878202

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	●	○	○
3	○	○	●	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	●	○
6	○	●	○	○	○
7	○	○	○	●	○
8	●	○	○	○	○
9	○	●	○	○	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=319327

CODICE=319327

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	●	○	○	○	○
3	○	●	○	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	○	●	○	○
8	○	○	●	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=944933

CODICE=944933

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	○	●
6	●	○	○	○	○
7	○	●	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	●	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=358164

CODICE=358164

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	●	○	○
6	●	○	○	○	○
7	●	○	○	○	○
8	○	●	○	○	○
9	○	○	○	○	●
10	○	○	○	○	●

CODICE=805074

CODICE=805074

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	●	○	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	○	●	○	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=878202

CODICE=878202

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova scritta di Analisi Matematica 1

10 gennaio 2017

PARTE B

1. a) Dimostrare che

$$f(x) = x\log(x) + \frac{1}{x} > 0, \qquad (1)$$

per ogni $x > 0$.

b) Usando anche la (1), se necessario, calcolare

$$G(\alpha) = \int_{\alpha}^{1/\alpha} f(x)\,dx \qquad \alpha > 0,$$

e discutere il comportamento di $G(\alpha)$ per $\alpha \to 0^+$ e $\alpha \to +\infty$.

Soluzione

Visto che $x > 0$, dimostrare che $x\log(x) + \frac{1}{x} > 0$ equivale a dimostrare che $x^2\log(x) + 1 > 0$, ovvero $x^2\log(x) > -1$. Dallo studio della derivata si vede che $x^2\log(x)$ ha un solo punto di minimo in $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$, e quindi il minimo di $x^2\log(x)$ vale $-\frac{1}{2e} > -1$. Quindi $f(x) > 0$. Si vede anche facilmente che $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Calcoliamo per parti $\int_{\alpha}^{1/\alpha} x\log(x)dx$. Si ha

$$\int_{\alpha}^{1/\alpha} x\log(x)dx = \left[\frac{x^2}{2}\log(x)\right]_{\alpha}^{1/\alpha} - \int_{\alpha}^{1/\alpha}\frac{x}{2}dx = \left[\frac{x^2}{2}\log(x) - \frac{x^2}{4}\right]_{\alpha}^{1/\alpha}$$

Quindi

$$\begin{aligned}
G(\alpha) &= \int_{\alpha}^{1/\alpha} x\log(x) + \frac{1}{x}dx = \left[\frac{x^2}{2}\log(x) - \frac{x^2}{4} + \log(x)\right]_{\alpha}^{1/\alpha} \\
&= \frac{1}{2\alpha^2}\log\left(\frac{1}{\alpha}\right) - \frac{1}{4\alpha^2} + \log\left(\frac{1}{\alpha}\right) - \frac{\alpha^2}{2}\log(\alpha) + \frac{\alpha^2}{4} - \log(\alpha) \\
&= \left(\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{\alpha^2}{2}\right)\log\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{1}{4}\left(\alpha^2 - \frac{1}{\alpha^2}\right) + \log\left(\frac{1}{\alpha^2}\right).
\end{aligned}$$

Poiché $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ abbiamo che

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_1^{\infty} f(x)dx = \int_0^{\infty} f(x)dx = +\infty.$$

CODICE=878202

Allora si vede facilmente che

$$\lim_{\alpha\to 0^+} G(\alpha) = \int_0^\infty f(x)dx = +\infty$$

e

$$\lim_{\alpha\to\infty} G(\alpha) = \int_\infty^0 f(x)dx = -\int_0^\infty f(x)dx = -\infty.$$

2. Risolvere il problema di Cauchy con il parametro $\beta \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} y''(t) - 2y(t) = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = \beta, \end{cases}$$

e determinare se esistono $\beta \in \mathbb{R}$ tali per cui la soluzione soddisfi $\int_0^{+\infty} |y(t)|\, dt < +\infty$.

Soluzione

Il polinomio associato all'equazione differenziale è $\lambda^2 - 2 = 0$, quindi la soluzione dell'equazione è

$$y(x) = Ae^{\sqrt{2}x} + Be^{-\sqrt{2}x}$$

con A, B da scegliere con il dato iniziale, ovvero

$$\begin{cases} y(0) = A + B = 1 \\ y'(0) = \sqrt{2}A - \sqrt{2}B = \beta \end{cases}$$

quindi la soluzione è

$$y(x) = \left(\frac{1}{2} + \beta\frac{\sqrt{2}}{4}\right) e^{\sqrt{2}x} + \left(\frac{1}{2} - \beta\frac{\sqrt{2}}{4}\right) e^{-\sqrt{2}x}$$

Perché la funzione sia integrabile su $[0, +\infty)$ è necessario che il coefficiente di $e^{\sqrt{2}x}$ sia zero, quindi $\beta = -\sqrt{2}$. In tal caso

$$\int_0^\infty |y(x)|dx = \int_0^\infty e^{-\sqrt{2}x}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

3. a) Studiare, al variare del parametro reale $\lambda > -1$, il comportamento del seguente integrale (eventualmente calcolandolo esplicitamente)

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 + \lambda}\, dx$$

b) Studiare il caso $\lambda \le -1$.

Soluzione

Se $\lambda > 0$ allora con la sostituzione $s = x/\sqrt{\lambda}$ l'integrale è convergente e si ha

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2+\lambda}dx = \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{\lambda}}\right)\right]_1^\infty = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)\right).$$

Per $\lambda = 0$ si ottiene

$$\int_1^\infty x^{-2}dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_1^\infty = 1.$$

CODICE=878202

Se $\lambda < 0$ poniamo $\lambda = -\alpha^2$ per comodità.

Abbiamo

$$\frac{1}{x^2-\alpha^2} = \frac{1}{(x-\alpha)(x+\alpha)} = \frac{1}{2\alpha}\left(\frac{1}{(x-\alpha)} - \frac{1}{(x+\alpha)}\right).$$

Se $-1 < \lambda < 0$ allora $\alpha = \sqrt{-\lambda} < 1$ e abbiamo

$$\begin{aligned}\int_1^\infty \frac{1}{x^2-\alpha^2}dx &= \frac{1}{2\alpha}\int_1^\infty \left(\frac{1}{(x-\alpha)} - \frac{1}{(x+\alpha)}\right)dx = \frac{1}{2\alpha}\left[\log\left|\frac{x-\alpha}{x+\alpha}\right|\right]_1^\infty \\ &= -\frac{1}{2\alpha}\log\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right) = \frac{1}{2\alpha}\log\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right),\end{aligned}$$

quindi

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2+\lambda}dx = \frac{1}{2\sqrt{-\lambda}}\log\left(\frac{1+\sqrt{-\lambda}}{1-\sqrt{-\lambda}}\right).$$

Nel caso in cui $\lambda \leq -1$, abbiamo $\alpha \geq 1$ allora la funzione $\frac{1}{(x-\alpha)}$ diverge per $x = \alpha$, e, visto che l'andamento vicino α è di primo grado, allora l'integrale diverge. Quindi per $\lambda \leq -1$ la funzione $\frac{1}{x^2+\lambda}$ non integrabile su $[1, +\infty)$.

4. a) La funzione $f(x) = \cos(x) + \cos(\sqrt{2}x)$ è periodica?

   b) Esiste un $T > 0$ tale che la funzione di classe $g(x) \in C^1(\mathbb{R})$ definita da $g(x) = \cos(x^2)$ è periodica di periodo T.

Soluzione

Dato che $f(0) = 2$, se la funzione fosse periodica ci dovrebbe essere $T > 0$ tale che $f(T) = 2$, ma dato che il coseno è sempre minore o uguale a 1, ciò accade solo se $\cos(T) = \cos(\sqrt{2}T) = 1$. Ricordando che il coseno vale 1 se e solo se l'argomento vale $2k\pi$, con $k \in \mathbb{N}$ si ottiene che

$$T = 2m\pi \qquad \sqrt{2}T = 2n\pi \quad \text{per qualche } m, n \in \mathbb{N}.$$

Da questo si ricava che

$$T = 2m\pi \qquad T = \sqrt{2}n\pi \quad \text{per qualche } m, n \in \mathbb{N},$$

e dunque uguagliando si ha $2m\pi = \sqrt{2}n\pi$ per qualche $m, n \in \mathbb{N}$, che implicherebbe

$$\frac{n}{m} = \sqrt{2} \text{ per qualche } m, n \in \mathbb{N},$$

che non è possibile.

Per il caso b), è sufficiente derivare $g(x)$. Si ottiene $g'(x) = -2x\sin(x^2)$, che non è periodica (ad esempio perché i massimi locali hanno valori crescenti per $x > 0$). Ma se $g(x)$ fosse T-periodica, lo dovrebbe essere anche la sua derivata. Quindi, non esiste T tale che $g(x)$ sia T-periodica.

CODICE=878202