Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=497012

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=497012

PARTE A

1. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale
   A: $-1+(x-\pi/2)^2/2$ B: $1-x^2/2!$ C: $1-x+x^2/2$ D: N.A. E: $\pi/2+x$
2. L'integrale
$$\int_{1/2}^{1} \frac{x^2}{x^2+1}\,dx$$
   vale
   A: 0 B: 1 C: $\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}-\arctan(1)$ D: N.A. E: $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}+\arctan(\frac{1}{2})$
3. L'integrale
$$\int_{-1}^{1} |x^5|\,dx$$
   vale
   A: 1/3 B: N.A. C: 2/3 D: 1/4 E: 0
4. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\log(x)}{\log|\log(x)|}$$
   vale
   A: 0 B: N.E. C: N.A. D: $+\infty$ E: 1/2
5. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin([x]!)}{\log(\sqrt{x})}$$
   vale
   A: N.E. B: $+\infty$ C: N.A. D: e E: 0
6. Dire per quali $\alpha, \beta > 0$ converge la serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+n^\alpha}{1+n^\beta}$$
   A: $\alpha-\beta>1$ B: $\beta-\alpha>1$ C: α e β maggiori di uno D: N.A. E: $\beta+\alpha>2$
7. Sia y la soluzione di $y''(x)+y(x)=0$ con $y(0)=\pi$, $y'(0)=1$ allora $y'''(0)$ vale
   A: -1 B: $\sin(0)$ C: N.A. D: $1+\pi$ E: 1
8. Il minimo della funzione $f(x)=|x^4-2x^2+1|$ per $x\in\mathbb{R}$ vale
   A: -1 B: N.E C: $\sqrt{2}$ D: N.A. E: 1
9. Sia $z=i$ allora la parte reale di $(z^3\overline{z})^2$ vale
   A: -1 B: 0 C: 1 D: 2 E: N.A.
10. Data $f(x)=\arcsin(\sqrt{x-1})$, allora $f'(3/2)$ vale
    A: 0 B: -1 C: 1/2 D: N.A. E: 1

CODICE=497012

CODICE=497012

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=984968

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=984968

PARTE A

1. Data $f(x) = \arcsin(\sqrt{x-1})$, allora $f'(3/2)$ vale

   A: 0 B: N.A. C: -1 D: 1 E: 1/2

2. Dire per quali $\alpha, \beta > 0$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+n^\alpha}{1+n^\beta}$$

   A: $\beta - \alpha > 1$ B: $\beta + \alpha > 2$ C: $\alpha - \beta > 1$ D: N.A. E: α e β maggiori di uno

3. Il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin([x]!)}{\log(\sqrt{x})}$$

   vale

   A: 0 B: e C: $+\infty$ D: N.E. E: N.A.

4. Il minimo della funzione $f(x) = |x^4 - 2x^2 + 1|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

   A: -1 B: 1 C: N.A. D: N.E E: $\sqrt{2}$

5. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

   A: $\pi/2 + x$ B: $1 - x^2/2!$ C: $1 - x + x^2/2$ D: $-1 + (x - \pi/2)^2/2$ E: N.A.

6. Sia y la soluzione di $y''(x) + y(x) = 0$ con $y(0) = \pi$, $y'(0) = 1$ allora $y'''(0)$ vale

   A: 1 B: N.A. C: -1 D: $1 + \pi$ E: $\sin(0)$

7. Sia $z = i$ allora la parte reale di $(z^3\overline{z})^2$ vale

   A: 2 B: N.A. C: 1 D: -1 E: 0

8. L'integrale

$$\int_{-1}^{1} |x^5|\, dx$$

   vale

   A: 2/3 B: 0 C: N.A. D: 1/4 E: 1/3

9. L'integrale

$$\int_{1/2}^{1} \frac{x^2}{x^2+1}\, dx$$

   vale

   A: N.A. B: $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \arctan(1)$ C: 0 D: 1 E: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} + \arctan(\frac{1}{2})$

10. Il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\log(x)}{\log|\log(x)|}$$

   vale

   A: $+\infty$ B: N.A. C: 0 D: 1/2 E: N.E.

CODICE=984968

CODICE=984968

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=968968

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=968968

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\log(x)}{\log|\log(x)|}$$
vale

A: 0   B: $+\infty$ C: N.A.   D: 1/2   E: N.E.

2. L'integrale
$$\int_{-1}^{1} |x^5|\, dx$$
vale

A: 2/3   B: 1/3   C: N.A.   D: 1/4   E: 0

3. Dire per quali $\alpha, \beta > 0$ converge la serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+n^\alpha}{1+n^\beta}$$

A: $\alpha - \beta > 1$ B: $\beta - \alpha > 1$ C: α e β maggiori di uno   D: $\beta + \alpha > 2$ E: N.A.

4. Il minimo della funzione $f(x) = |x^4 - 2x^2 + 1|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: $\sqrt{2}$ B: 1   C: N.E   D: N.A.   E: -1

5. Sia y la soluzione di $y''(x) + y(x) = 0$ con $y(0) = \pi$, $y'(0) = 1$ allora $y'''(0)$ vale

A: 1   B: -1 C: $1+\pi$ D: N.A.   E: $\sin(0)$

6. Data $f(x) = \arcsin(\sqrt{x-1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: 0   B: N.A.   C: 1/2   D: -1 E: 1

7. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin([x]!)}{\log(\sqrt{x})}$$
vale

A: e   B: N.A.   C: 0   D: N.E.   E: $+\infty$

8. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

A: $\pi/2 + x$ B: $1 - x + x^2/2$ C: N.A.   D: $-1 + (x - \pi/2)^2/2$ E: $1 - x^2/2!$

9. Sia $z = i$ allora la parte reale di $(z^3\overline{z})^2$ vale

A: N.A.   B: -1   C: 2   D: 0   E: 1

10. L'integrale
$$\int_{1/2}^{1} \frac{x^2}{x^2+1}\, dx$$
vale

A: 1   B: N.A.   C: $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \arctan(1)$ D: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} + \arctan(\frac{1}{2})$ E: 0

CODICE=968968

CODICE=968968

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=671246

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=671246

PARTE A

1. Sia y la soluzione di $y''(x) + y(x) = 0$ con $y(0) = \pi$, $y'(0) = 1$ allora $y'''(0)$ vale

   A: N.A. B: $1 + \pi$ C: 1 D: -1 E: $\sin(0)$

2. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

   A: $1 - x + x^2/2$ B: $1 - x^2/2!$ C: $\pi/2 + x$ D: N.A. E: $-1 + (x - \pi/2)^2/2$

3. Data $f(x) = \arcsin(\sqrt{x-1})$, allora $f'(3/2)$ vale

   A: N.A. B: -1 C: $1/2$ D: 1 E: 0

4. Sia $z = i$ allora la parte reale di $(z^3\overline{z})^2$ vale

   A: 1 B: 0 C: N.A. D: -1 E: 2

5. Il minimo della funzione $f(x) = |x^4 - 2x^2 + 1|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

   A: N.E B: -1 C: 1 D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

6. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin([x]!)}{\log(\sqrt{x})}$$
   vale

   A: 0 B: N.A. C: N.E. D: $+\infty$ E: e

7. L'integrale
$$\int_{1/2}^{1} \frac{x^2}{x^2+1}\, dx$$
   vale

   A: 0 B: $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \arctan(1)$ C: N.A. D: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} + \arctan(\frac{1}{2})$ E: 1

8. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\log(x)}{\log|\log(x)|}$$
   vale

   A: N.A. B: 0 C: N.E. D: $1/2$ E: $+\infty$

9. L'integrale
$$\int_{-1}^{1} |x^5|\, dx$$
   vale

   A: $2/3$ B: 0 C: $1/4$ D: $1/3$ E: N.A.

10. Dire per quali $\alpha, \beta > 0$ converge la serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+n^\alpha}{1+n^\beta}$$

    A: $\beta - \alpha > 1$ B: N.A. C: $\alpha - \beta > 1$ D: α e β maggiori di uno E: $\beta + \alpha > 2$

CODICE=671246

CODICE=671246

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	○	●
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	○	●
6	○	●	○	○	○
7	●	○	○	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	○	●	○	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=497012

CODICE=497012

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	●	○	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	●	○	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	●	○	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	●	○	○	○	○

CODICE=984968

CODICE=984968

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	●	○	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	●	○	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	○	●	○	○
8	○	○	●	○	○
9	○	○	○	○	●
10	○	○	○	●	○

CODICE=968968

CODICE=968968

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	○	●	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	○	●
6	●	○	○	○	○
7	○	○	○	●	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	●	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=671246

CODICE=671246

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

6 giugno 2017

PARTE B

1. Si consideri, per $k \neq 0$ la funzione

$$f(x) = kx^3 - (2k+1)\int_0^x \frac{1}{1+t^2}dt$$

   i) Si determini il campo di esistenza di f;

   ii) Si dica se f è pari, dispari, o nessuna delle due;

   iii) Si trovi per quali k la funzione ammette almeno tre radici reali.

Soluzione. i) Risolvendo l'integrale si può scrivere $f(x) = kx^3 - (2k+1)\arctan(x)$. Il campo di esistenza della funzione è quindi $\mathbb{R}$. (Questo punto si sarebbe potuto risolvere senza calcolare esplicitamente l'integrale ma semplicemente notando che $\frac{1}{1+t^2}$ è integrabile in senso improprio su $\mathbb{R}$)

ii) la funzione è dispari, infatti sia x^3 che $\arctan(x)$ lo sono. In alternativa si può dimostrare che

$$f(-x) = k(-x)^3 - (2k+1)\int_0^{-x} \frac{1}{1+t^2}dt = -kx^3 + (2k+1)\int_0^x \frac{1}{1+t^2} = -f(x)$$

sfruttando che $\frac{1}{1+t^2}$ è pari.

iii) La derivata risulta

$$f'(x) = 3kx^2 - (2k+1)\frac{1}{1+x^2}.$$

Per $k > 0$ risulta anche $2k+1 > 0$ e quindi $f'(0) = -(2k+1) < 0$. Inoltre $f(0) = 0$, quindi per x positive e piccole la funzione sarà negativa. Si ottiene poi che $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$, quindi oltre a $x = 0$ ci sarà almeno una radice positiva (e per simmetria una negativa). Stessa cosa quando $k < 0$ e $2k+1 < 0$ ovvero per $k < -\frac{1}{2}$. Per $-\frac{1}{2} \leq k < 0$ invece abbiamo $f'(x) < 0$ per $x \neq 0$, quindi l'unica radice si trova in $x = 0$.

CODICE=671246

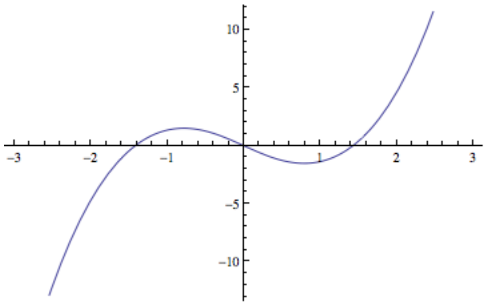

Figura 1: grafico approssimativo di $f(x)$ per $k > 0$

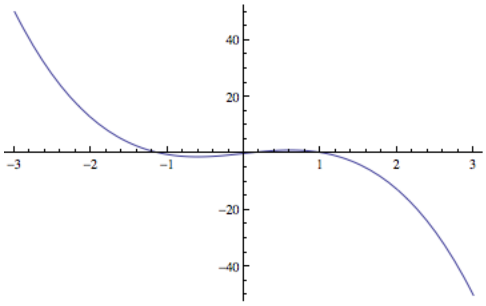

Figura 2: grafico approssimativo di $f(x)$ per $k < 1/2$

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 12e^{2x} \\ \\ y(0) + y'(0) = 18 \end{cases}$$

Si scrivano la soluzioni di tale equazione.

Tra tutte le soluzioni, ne esistono tali che $\lim_{x \to -\infty} y(x) = 0$.

Soluzione. Il polinomio caratteristico dell'equazione è $\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$ che ha come soluzioni $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 2$. La soluzione generale dell'omogenea quindi

$$y_0 = Ae^{-x} + Be^{2x}.$$

Il termine noto e^{2x} è in risonanza con una delle soluzioni, quindi bisogna cercare una soluzione particolare del tipo $y_1 = \alpha x e^{2x}$. Abbiamo che

$$y_1''(x) - y_1'(x) - 2y_1(x) = 3\alpha e^{2x},$$

quindi scegliedo $\alpha = 4$ abbiamo la soluzione particolare cercata. La soluzione generale dell'equazione quindi è

$$y(x) = Ae^{-x} + Be^{2x} + 4xe^{2x}.$$

Abbiamo quindi

$$y(0) = A + B$$

$$y'(0) = -A + 2B + 4.$$

e dunque $y(0) + y'(0) = 3B + 4 = 18$ quindi $B = 14/3$. La soluzione cercata è quindi

$$y(x) = Ae^{-x} + \frac{14}{3}e^{2x} + 4e^{2x}.$$

CODICE=671246

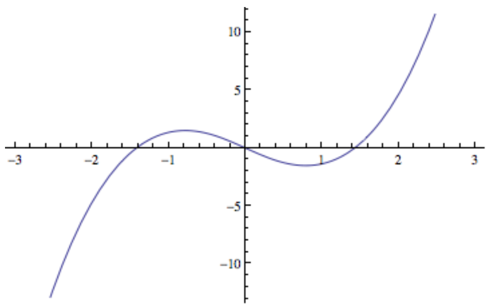

Figura 3: grafico approssimativo di $f(x)$ per $-1/2 \leq k < 0$

Se fra queste scegliamo quella con $A = 0$ abbiamo immediatamente che $\lim_{x\to-\infty} y(x) = 0$.

3. Si dica

   i) per quali $a \geq 0$ l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{e^{ax} - \cos(x)}{x^a} dx$ risulti convergente

   ii) per quali $a \geq 0$ l'integrale $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{e^{ax} - \cos(x)}{x^a} dx$ risulti convergente.

   Soluzione. i) Per $a > 0$ abbiamo che
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{ax} - \cos(x)}{x^a} = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^{ax}}{x^a} = +\infty$$
   quindi l'integrale sicuramente diverge. Per $a = 0$ invece abbiamo
$$\int_1^{+\infty} \frac{1 - \cos(x)}{1} dx$$
   che non converge. Quindi non esiste nessun $a \geq 0$ per cui l'integrale sia convergente.

   ii) Per $a = 0$ abbiamo $\displaystyle\int_0^{\pi} (1 - \cos(x))dx$ che non presenta nessun problema di integrabilità.

   Per $a > 0$ non è detto che l'integrando sia limitato vicino a zero, per capirlo, sviluppiamo il denominatore al primo ordine, ottenendo
$$\frac{e^{ax} - \cos(x)}{x^a} = \frac{1 - ax + o(x) - 1 + o(x)}{x^a} = -a\frac{x + o(x)}{x^a} \sim \frac{1}{x^{a-1}}.$$
   Questo converge per $a - 1 < 1$ ovvero per $a < 2$ e diverge per $a \geq 2$.

   Riassumendo l'integrale converge per $0 \leq a < 2$.

4. Si consideri $f(x) = (1 - x^2) \int_0^x e^{-t^2} dt$.

   i) Si determini il dominio di f, e si studi il segno di f su $\mathbb{R}^+$

   ii)] Si scriva lo sviluppo di Taylor per f di ordine 2 centrato in $x = 0$

   iii) Si calcolino $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

   Soluzione. i) La funzione e^{-t^2} è integrabile su tutto $\mathbb{R}$, quindi anche il dominio di f sarà $\mathbb{R}$. Visto che e^{-t^2} ovunque positiva, $\int_0^x e^{-t^2} dt \geq 0$ per $x \geq 0$ (e vale zero in $x = 0$), il segno di f coincide con il segno di $1 - x^2$. Quindi $f = 0$ in $x = 0$ e $x = 1$, $f > 0$ per $x \in (0, 1)$ e $f < 0$ per $x > 1$.

CODICE=671246

ii)Calcoliamo le derivate di f. Abbiamo

$$f'(x) = -2x \int_0^x e^{-t^2} dt + (1 - x^2)e^{-x^2}$$

$$f''(x) = -2 \int_0^x e^{-t^2} dt - 4xe^{-x^2} - 2x(1 - x^2)e^{-x^2}$$

$$= -2 \int_0^x e^{-t^2} dt - 6xe^{-x^2} + 2x^3 e^{-x^2}$$

quindi in $x = 0$ abbiamo $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $f''(0) = 0$. Lo sviluppo di Taylor al secondo ordine è

$$f(x) = x + o(x^2).$$

iii)Si ha che $\lim_{x\to+\infty} \int_0^x e^{-t^2} dt = L > 0$ e che $\lim_{x\to-\infty} \int_0^x e^{-t^2} dt = -L < 0$ quindi abbiamo immediatamente

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty; \ \lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty.$$

CODICE=671246