

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=510289

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^2 + \sin(x))}{\log(x - \cos(x))}$$

vale

A: 0 B: N.E. C: N.A. D: 1 E: 1/2

2. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[-2, 0]$ sono

A: $\max = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ B: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\min = -6$ C: entrambi non esistono D:
 $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, non esiste \min E: N.A.

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/3$ vale $\phi(x) =$

A: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{9}{4}x$ B: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$ C: N.A. D: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + \frac{9}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right)$ E: $1 - x$

4. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$$

vale

A: 1 B: 0 C: -1 D: N.E. E: N.A.

5. La funzione $f: [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che

A: $\lambda = \log(10)$ B: per nessun λ C: $\lambda = 10e$ D: $\lambda = 1$ E: N.A.

6. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

A: $x = 1/3$ B: $x = \pi$ C: $x = 0.99$ D: $x = -1$ E: N.A.

7. La disequazione $|x| \leq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

A: mai B: $z = 2i^3$ e $x = 3$ C: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$ D: $z = 1 + i$ e $x = -3$ E: N.A.

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 0\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E:
 $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

9. Data $f(x) = \sqrt[3]{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.A. B: -1 C: 1 D: 0 E: $\log(2)$

10. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

A: $\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}$ B: N.A. C: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ D: $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$ E: N.E.

CODICE=510289

CODICE=510289

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=290694

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$$

vale

A: N.E. B: 0 C: 1 D: N.A. E: -1

2. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

A: $x = -1$ B: N.A. C: $x = 0.99$ D: $x = 1/3$ E: $x = \pi$

3. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[-2, 0]$ sono

A: N.A. B: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, non esiste min C: entrambi non esistono D: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$,
 $\min = -6$ E: $\max = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/3$ vale $\phi(x) =$

A: $1 - x$ B: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$ C: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + \frac{9}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right)$ D: N.A. E: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{9}{4}x$

5. Data $f(x) = \sqrt[3]{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: $\log(2)$ B: 0 C: 1 D: N.A. E: -1

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 0\}$$

valgono

A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: $\{-1, -1, 1, 1\}$ C: N.A. D: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

7. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

A: $\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}$ B: $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$ C: N.A. D: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ E: N.E.

8. La funzione $f : [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che

A: N.A. B: $\lambda = \log(10)$ C: $\lambda = 10e$ D: per nessun λ E: $\lambda = 1$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^2 + \sin(x))}{\log(x - \cos(x))}$$

vale

A: 1 B: 1/2 C: 0 D: N.A. E: N.E.

10. La disequazione $|x| \leq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

A: $z = 2i^3$ e $x = 3$ B: N.A. C: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$ D: mai E: $z = 1 + i$ e $x = -3$

CODICE=290694

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=719995

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$$

vale

A: N.E. B: 1 C: -1 D: N.A. E: 0

2. La funzione $f : [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che

A: per nessun λ B: $\lambda = 10e$ C: $\lambda = \log(10)$ D: N.A. E: $\lambda = 1$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^2 + \sin(x))}{\log(x - \cos(x))}$$

vale

A: 1 B: N.E. C: 1/2 D: N.A. E: 0

4. La disequazione $|x| \leq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

A: mai B: N.A. C: $z = 1 + i$ e $x = -3$ D: $z = 2i^3$ e $x = 3$ E: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$

5. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 0\}$$

valgono

A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, -1, 1, 1\}$ C: N.A. D: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$

6. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

A: $x = 0.99$ B: N.A. C: $x = 1/3$ D: $x = -1$ E: $x = \pi$

7. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[-2, 0]$ sono

A: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, non esiste min B: $\max = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ C: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\min = -6$
D: entrambi non esistono E: N.A.

8. Data $f(x) = \sqrt[3]{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: -1 B: 0 C: 1 D: N.A. E: $\log(2)$

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/3$ vale $\phi(x) =$

A: $1 - x$ B: N.A. C: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + \frac{9}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right)$ D: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$ E: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{9}{4}x$

10. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

A: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ B: N.E. C: $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$ D: $\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}$ E: N.A.

CODICE=719995

CODICE=719995

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=744507

PARTE A

1. La funzione $f : [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che
A: N.A. B: $\lambda = 10e$ C: $\lambda = 1$ D: $\lambda = \log(10)$ E: per nessun λ

2. L'integrale

$$\int_2^3 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

- A: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ B: $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{2\sqrt{3}}$ C: N.A. D: N.E. E: $\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}$

3. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$$

vale

- A: 0 B: N.E. C: 1 D: -1 E: N.A.

4. La disequazione $|x| \leq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

- A: N.A. B: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$ C: $z = 1 + i$ e $x = -3$ D: $z = 2i^3$ e $x = 3$ E: mai

5. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[-2, 0]$ sono

- A: N.A. B: $\max = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ C: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, non esiste \min D: entrambi non esistono E: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\min = -6$

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/3$ vale $\phi(x) =$

- A: $1 - x$ B: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{9}{4}x$ C: N.A. D: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + \frac{9}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right)$ E: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$

7. Data $f(x) = \sqrt[3]{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- A: N.A. B: 1 C: $\log(2)$ D: -1 E: 0

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 0\}$$

valgono

- A: N.A. B: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^2 + \sin(x))}{\log(x - \cos(x))}$$

vale

- A: 1 B: 1/2 C: N.A. D: 0 E: N.E.

10. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

- A: $x = -1$ B: $x = 1/3$ C: $x = 0.99$ D: N.A. E: $x = \pi$

CODICE=744507

CODICE=744507

CODICE=510289

CODICE=290694

CODICE=719995

CODICE=744507

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=937658

PARTE A

1. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[0, 2]$ sono
 A: non esiste max, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ B: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ C: N.A. D: entrambi non esistono E: $\max = 6$, $\min = -\frac{2}{3\sqrt{3}}$

2. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

- A: N.E. B: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ C: $2 - \sqrt{2}$ D: $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$ E: N.A.

3. La disequazione $|x| \geq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

- A: mai B: $z = 2i^3 - 2i$ e $x = 3$ C: $z = 1 + i$ e $x = -3$ D: N.A. E: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$

4. Data $f(x) = \sqrt{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- A: 1 B: N.A. C: 0 D: $\log(2)$ E: -1

5. La funzione $f: [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che

- A: $\lambda = 1$ B: $\lambda = \log(10)$ C: $\lambda = 10e$ D: per nessun λ E: N.A.

6. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

- A: -1 B: N.E. C: N.A. D: 0 E: 1

7. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$

- A: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{2}{3}x$ B: N.A. C: $\log\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ D: $1 - x$ E: $\log\left(\frac{3}{8}\right) + \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

8. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

- A: N.A. B: $x = -1/2$ C: $x = \pi/2$ D: $x = -0.99$ E: $x = 1$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + \sin(x))}{\log(x^2 - \cos(x))}$$

vale

- A: N.A. B: N.E. C: 0 D: 1 E: $1/3$

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 1\}$$

valgono

- A: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$ B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{-1, -1, 1, 1\}$ E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

CODICE=937658

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=363933

PARTE A

1. La funzione $f : [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che
A: per nessun λ B: $\lambda = 1$ C: N.A. D: $\lambda = 10e$ E: $\lambda = \log(10)$

2. Data $f(x) = \sqrt{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a
A: N.A. B: $\log(2)$ C: 0 D: 1 E: -1

3. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

A: $x = \pi/2$ B: $x = -0.99$ C: N.A. D: $x = -1/2$ E: $x = 1$

4. La disequazione $|x| \geq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

A: N.A. B: mai C: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$ D: $z = 2i^3 - 2i$ e $x = 3$ E: $z = 1 + i$ e $x = -3$

5. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

A: N.A. B: $2 - \sqrt{2}$ C: $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$ D: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ E: N.E.

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + \sin(x))}{\log(x^2 - \cos(x))}$$

vale

A: N.A. B: 1 C: 0 D: N.E. E: 1/3

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 1\}$$

valgono

A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$
E: $\{-1, -1, 1, 1\}$

8. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

A: 1 B: N.E. C: 0 D: -1 E: N.A.

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$

A: $\log(\frac{3}{8}) + \frac{2}{3}(x - \frac{1}{2})$ B: N.A. C: $\log(\frac{3}{8}) + 2(x - \frac{1}{2})$ D: $1 - x$ E: $-\log(\frac{8}{3}) + \frac{2}{3}x$

10. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[0, 2]$ sono

A: entrambi non esistono B: $\max = 6$, $\min = -\frac{2}{3\sqrt{3}}$ C: N.A. D: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ E: non esiste \max , $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$

CODICE=363933

CODICE=363933

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=789881

PARTE A

1. La disequazione $|x| \geq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

A: mai B: N.A. C: $z = 2i^3 - 2i$ e $x = 3$ D: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$ E: $z = 1 + i$ e $x = -3$

2. Data $f(x) = \sqrt{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: -1 B: 1 C: 0 D: $\log(2)$ E: N.A.

3. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

A: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ B: $2 - \sqrt{2}$ C: N.A. D: $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$ E: N.E.

4. La funzione $f: [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che

A: $\lambda = 10e$ B: $\lambda = 1$ C: N.A. D: per nessun λ E: $\lambda = \log(10)$

5. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 1\}$$

valgono

A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: $\{-1, -1, 1, 1\}$ C: N.A. D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + \sin(x))}{\log(x^2 - \cos(x))}$$

vale

A: N.A. B: $1/3$ C: 0 D: 1 E: N.E.

7. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

A: 0 B: N.E. C: 1 D: -1 E: N.A.

8. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$

A: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{2}{3}x$ B: N.A. C: $1 - x$ D: $\log\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ E: $\log\left(\frac{3}{8}\right) + \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

9. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

A: $x = \pi/2$ B: N.A. C: $x = -1/2$ D: $x = 1$ E: $x = -0.99$

10. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[0, 2]$ sono

A: non esiste max, min = $-\frac{2}{9}\sqrt{3}$ B: entrambi non esistono C: max = $\frac{2}{9}\sqrt{3}$, min = $-\frac{2}{9}\sqrt{3}$
D: max = 6 , min = $-\frac{2}{3\sqrt{3}}$ E: N.A.

CODICE=789881

CODICE=789881

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=237927

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$$

vale

A: $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$ B: $2 - \sqrt{2}$ C: $-\frac{2}{5}x^{-5/2}$ D: N.E. E: N.A.

2. La funzione $f: [0, e] \rightarrow [0, 10]$ definita da $f(x) = \lambda x e^{-x}$ è suriettiva per $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che

A: N.A. B: $\lambda = 10e$ C: per nessun λ D: $\lambda = 1$ E: $\lambda = \log(10)$

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(x - x^3)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$

A: $\log\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ B: $\log\left(\frac{3}{8}\right) + \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$ C: $1 - x$ D: N.A. E: $-\log\left(\frac{8}{3}\right) + \frac{2}{3}x$

4. La disequazione $|x| \geq |z|$, con $z \in \mathbb{C}$ e $x \in \mathbb{R}$ è vera se

A: mai B: $z = 1 + i$ e $x = -3$ C: N.A. D: $z = 2i^3 - 2i$ e $x = 3$ E: $z = \frac{3}{i} - 2i$ e $x = \pi$

5. Data $f(x) = \sqrt{|x|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: 1 B: -1 C: N.A. D: 0 E: $\log(2)$

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x + \sin(x))}{\log(x^2 - \cos(x))}$$

vale

A: $1/3$ B: 0 C: 1 D: N.A. E: N.E.

7. Il massimo e minimo della funzione $f(x) = x^3 - x$ su $[0, 2]$ sono

A: $\max = \frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$ B: $\max = 6$, $\min = -\frac{2}{3\sqrt{3}}$ C: N.A. D: entrambi non esistono E: non esiste \max , $\min = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$

8. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

A: N.A. B: -1 C: 0 D: N.E. E: 1

9. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + \log(n)}{n^3 + 2^n} x^n$$

A: $x = \pi/2$ B: $x = 1$ C: $x = -1/2$ D: $x = -0.99$ E: N.A.

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \cap [-10, 10] : \sin(\pi x) = 1\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{-10, N.E., 10, N.E.\}$
E: $\{-1, -1, 1, 1\}$

CODICE=237927

CODICE=237927

CODICE=937658

CODICE=363933

CODICE=789881

CODICE=237927

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

24 febbraio 2016

PARTE B

1. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \int_2^x \frac{\cos(\pi t)}{2t+1} dt$$

in $[-1/2, 5/2]$, determinando in particolare punti di massimo e di minimo, intervalli di convessità e il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = 2$.

Soluzione. Osserviamo intanto che la funzione $\frac{\cos(\pi t)}{2t+1}$ è continua in $] - 1/2, 5/2]$, quindi la funzione f risulta derivabile in tale intervallo e si ha

$$f'(x) = \frac{\cos(\pi x)}{2x+1} \quad x \in] - 1/2, 5/2].$$

Il punto $x = -1/2$ richiede particolare attenzione perchè in tale punto la funzione integranda non è definita. Si ha però che il limite

$$\lim_{t \rightarrow (-1/2)^+} \frac{\cos(\pi t)}{2t+1},$$

è una forma indeterminata del tipo $0/0$ che possiamo risolvere facilmente con lo sviluppo di Taylor o derivando e si ottiene

$$\lim_{t \rightarrow (-1/2)^+} \frac{\cos(\pi t)}{2t+1} = \frac{\pi}{2},$$

quindi la funzione integranda è limitata e l'integrale è convergente. La funzione $f'(x)$ si annulla nei punti $x_1 = 1/2$ e $x_2 = 3/2$. In tali punti si ha un cambio di segno e si vede facilmente che x_1 è un punto di massimo relativo, mentre x_2 è un punto di minimo locale.

Vicino al punto $x_0 = 2$ si ha lo sviluppo di Taylor

$$f(x) = \frac{x-2}{5} - \frac{1}{25}(x-2)^2 + O((x-2)^3).$$

La derivata seconda è

$$f''(x) = -\frac{\pi(2t+1)\sin(\pi t) + 2\cos(\pi t)}{(2t+1)^2},$$

e quindi, dato che il denominatore è positivo la derivata seconda si annulla quando è risolta l'equazione

$$\tan(\pi t) = -\frac{2}{\pi(2t+1)}.$$

Dallo studio grafico si ha che ci sono due soluzioni in $] - 1/2, 5/5]$ di cui una nell'intervallo $]1/2, 3/2[$ e l'altra nell'intervallo $]3/2, 5/2[$.

CODICE=237927

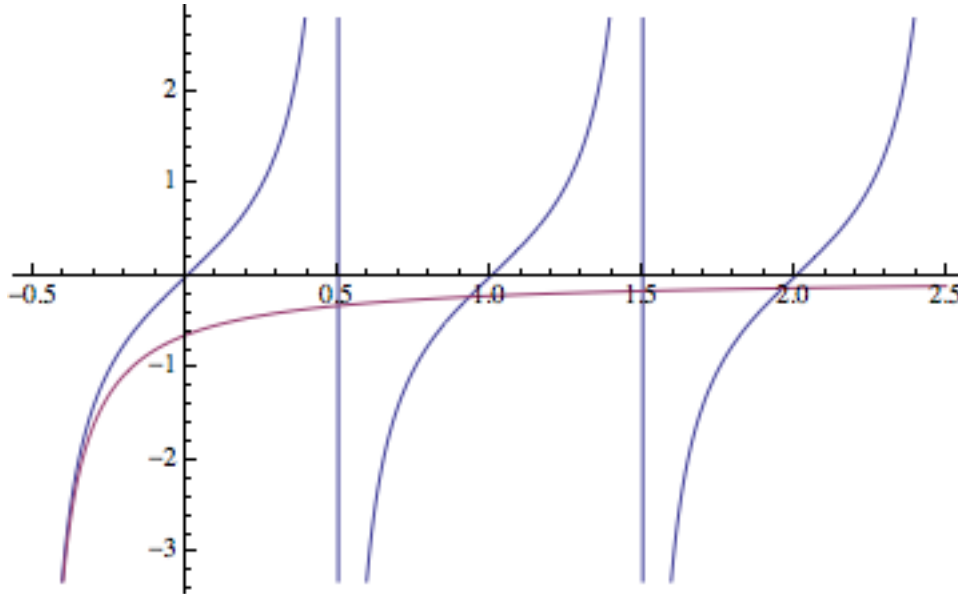


Figura 1: Equazione per studio punti a derivata seconda nulla

Il grafico approssimativo della funzione f risulta pertanto il seguente

2. Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{4n^2 + a^{2n+1}}.$$

Soluzione: Utilizziamo il criterio della radice. Se $|a| \leq 1$ abbiamo che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n + 2^n}{4n^2 + a^{2n+1}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n}{4n^2}} = +\infty,$$

quindi se $|a| \leq 1$ non abbiamo convergenza. Se $|a| > 1$ invece

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n + 2^n}{4n^2 + a^{2n+1}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{3^n}{a^{2n}} \frac{1 + (2/3)^n}{4n^2/a^{2n} + a}} = \frac{3}{a^2}.$$

Abbiamo quindi convergenza per $a^2 > 3$ ovvero $|a| > \sqrt{3}$, e divergenza per $1 < |a| < \sqrt{3}$ ovvero $|a| < \sqrt{3}$. Per $a = \pm\sqrt{3}$ la serie diventa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{4n^2 + 3^n \sqrt{3}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (2/3)^n}{4n^2/3^n + \sqrt{3}}$$

e il termine n -esimo ha come limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (2/3)^n}{4n^2/3^n + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \neq 0,$$

quindi la serie non converge non soddisfacendo la condizione necessaria che il termine generico deve essere infinitesimo.

Riassumendo la serie converge se e solo se $|a| > \sqrt{3}$.

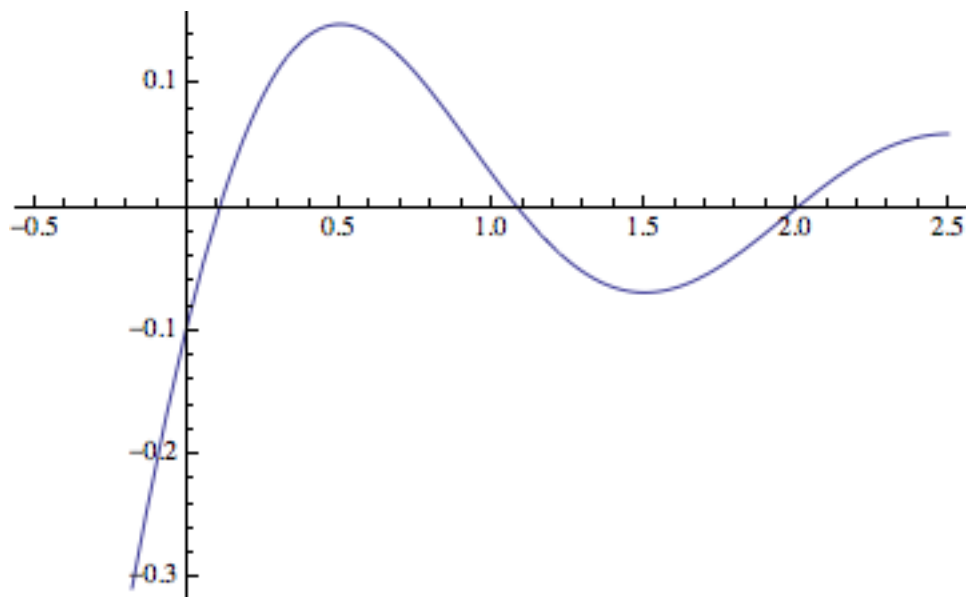


Figura 2: Grafico di $f(x)$

3. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y'(x) - 8y(x) = 4$$

si trovino tra le soluzioni quelle che sono limitate su tutto \mathbb{R} . Fissato $y(0) = 0$ si determini $y'(0)$ in modo che la soluzione sia tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) < +\infty$.

Soluzione: Cerchiamo intanto la soluzione dell'omogenea. L'equazione associata è

$$\lambda^2 + 4\lambda - 8 = 0$$

che ha come soluzioni $\lambda_1 = -2 + 2\sqrt{3}$ e $\lambda_2 = -2 - 2\sqrt{3}$. Si noti che $\lambda_1 > 0$ $\lambda_2 < 0$.

L'equazione omogenea ha come soluzione generale

$$y_0(x) = Ae^{(-2+2\sqrt{3})x} + Be^{(-2-2\sqrt{3})x}.$$

Si vede immediatamente che una soluzione particolare dell'equazione non omogenea è: $y_1(x) = -1/2$.

L'integrale generale dell'equazione differenziale quindi ha la forma

$$y(x) = Ae^{(-2+2\sqrt{3})x} + Be^{(-2-2\sqrt{3})x} - \frac{1}{2}.$$

Tra queste soluzioni l'unica limitata è $y(x) = -\frac{1}{2}$ (che si ha quando $A = B = 0$).

La condizione $y(0) = 0$ diventa

$$A + B - \frac{1}{2} = 0.$$

Perché valga $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) < +\infty$ dobbiamo scegliere $A = 0$ dal momento che $-2 - 2\sqrt{3} < 0$. Concludendo abbiamo

$$A = 0, \quad B = \frac{1}{2},$$

e la soluzione cercata è

$$y(x) = \frac{1}{2}e^{(-2-2\sqrt{3})x} - \frac{1}{2},$$

CODICE=237927

che ha come dato iniziale per la derivata prima

$$y'(0) = -1 - \sqrt{3}.$$

4. Data la funzione $f(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$ per $x \in [0, +\infty[$ dimostrare che ammette massimo. (Sugg. studiare preliminarmente il limite all'infinito)

Soluzione: Osserviamo che $f(0) = 0$ e che $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}^+$ dato che è prodotto di funzioni positive. Studiamo il limite all'infinito e scriviamo $f(x)$ nel modo seguente

$$f(x) = \frac{\int_0^x e^{t^2} dt}{e^{x^2}} = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$$

in modo da avere una forma indeterminata del tipo ∞/∞ . Studiando pertanto il rapporto delle derivate con la regola di De L'Hopital si ha

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_1'(x)}{f_2'(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2}}{e^{x^2} 2x} = 0.$$

Queste due informazioni sono sufficienti a dimostrare che esiste il massimo. Sia infatti $x_0 > 0$ qualsiasi e scegliamo $\epsilon = f(x_0)/2 > 0$. Dalla definizione di limite zero all'infinito abbiamo che esiste $K > 0$ tale che

$$f(x) < \epsilon \quad \forall x > K.$$

Considerando quindi l'intervallo limitato $[0, K]$ su tale intervallo la funzione continua $f(x)$ assume massimo assoluto $M \geq f(x_0)$ e essendo la funzione minore di $M/2$ fuori dall'intervallo $[0, K]$, il numero M risulta massimo assoluto della funzione su tutta la semiretta $x \geq 0$.