

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=236897

PARTE A

1. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

A: N.A. B: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi^2}{4}$ C: $\frac{1}{4}$ D: $\frac{1}{2}$ E: N.E.

2. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

A: N.A. B: $(-\pi/4, -\pi/2)$ C: $(\pi, \pi/2)$ D: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ E: $(\pi/4, -3\pi/4)$

3. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=8}^{+\infty} n^8 x^n$$

è

A: $0 < x < 1$ B: $|x| < 8$ C: $|x| < 1$ D: N.A. E: $|x| \leq 1$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\cos(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ B: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: N.A. E: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x))x$ B: N.A. C: $1 + x$ D: $1 - x^2/2$ E: $1 - x$

6. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è

A: monotona decrescente B: surgettiva C: N.A. D: iniettiva E: monotona crescente

7. L'integrale

$$\int_{-1}^5 |x| dx$$

vale

A: N.A. B: $\sqrt{2}$ C: $3/2$ D: 0 E: $7/2$

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: 1 B: $+\infty$ C: N.A. D: 0 E: N.E.

9. Data $f(x) = x^2 3^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: 1 B: N.E. C: $\pi/2$ D: 0 E: N.A.

10. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

A: $(t^2 + 9)/2 - \cos(t)$ B: $t^3/2 - \cos(t)$ C: N.E. D: N.A. E: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$

CODICE=236897

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=590829

PARTE A

1. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=8}^{+\infty} n^8 x^n$$

è

A: $|x| < 8$ B: $0 < x < 1$ C: $|x| \leq 1$ D: $|x| < 1$ E: N.A.

2. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: N.E. B: N.A. C: 1 D: 0 E: $+\infty$

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: $1 - x$ B: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x)) x$ C: N.A. D: $1 + x$ E: $1 - x^2/2$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\cos(x)|}, x \neq k \frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, -1, 1, 1\}$ C: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ D: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: N.A.

5. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è

A: surgettiva B: monotona decrescente C: monotona crescente D: iniettiva E: N.A.

6. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

A: $\frac{1}{4}$ B: N.A. C: N.E. D: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi^2}{4}$ E: $\frac{1}{2}$

7. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

A: N.A. B: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ C: $(\pi, \pi/2)$ D: $(-\pi/4, -\pi/2)$ E: $(\pi/4, -3\pi/4)$

8. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

A: N.A. B: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ C: $(t^2 + 9)/2 - \cos(t)$ D: $t^3/2 - \cos(t)$ E: N.E.

9. Data $f(x) = x^2 3^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: 0 B: N.E. C: 1 D: $\pi/2$ E: N.A.

10. L'integrale

$$\int_{-1}^5 |x| dx$$

vale

A: N.A. B: $\sqrt{2}$ C: 0 D: $3/2$ E: $7/2$

CODICE=590829

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=010794

PARTE A

1. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è
A: monotona crescente B: surgettiva C: iniettiva D: N.A. E: monotona decrescente
2. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è
A: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ B: $t^3/2 - \cos(t)$ C: N.E. D: $(t^2 + 9)/2 - \cos(t)$ E: N.A.
3. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=8}^{+\infty} n^8 x^n$$

è

A: N.A. B: $|x| < 1$ C: $|x| \leq 1$ D: $0 < x < 1$ E: $|x| < 8$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\cos(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ B: $\{-1, -1, 1, 1\}$ C: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$

5. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale
A: $\frac{1}{2}$ B: N.E. C: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi^2}{4}$ D: N.A. E: $\frac{1}{4}$
6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale
A: $1 - x^2/2$ B: $1 - x$ C: N.A. D: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x))x$ E: $1 + x$
7. Data $f(x) = x^2 3^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a
A: 1 B: $\pi/2$ C: 0 D: N.A. E: N.E.
8. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento
A: $(\pi/4, -3\pi/4)$ B: $(-\pi/4, -\pi/2)$ C: $(\pi, \pi/2)$ D: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ E: N.A.

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.E. C: 0 D: N.A. E: 1

10. L'integrale

$$\int_{-1}^5 |x| dx$$

vale

A: $7/2$ B: 0 C: $\sqrt{2}$ D: N.A. E: $3/2$

CODICE=010794

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=860963

PARTE A

1. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è
A: iniettiva B: N.A. C: surgettiva D: monotona decrescente E: monotona crescente

2. L'integrale

$$\int_{-1}^5 |x| dx$$

vale

- A: $\sqrt{2}$ B: 0 C: N.A. D: $3/2$ E: $7/2$

3. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=8}^{+\infty} n^8 x^n$$

è

- A: $|x| \leq 1$ B: $|x| < 1$ C: $0 < x < 1$ D: $|x| < 8$ E: N.A.

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

- A: 1 B: N.A. C: N.E. D: $+\infty$ E: 0

5. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

- A: N.E. B: $\frac{1}{4}$ C: N.A. D: $\frac{1}{2}$ E: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi^2}{4}$

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\cos(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

- A: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ E: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$

7. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

- A: $(\pi, \pi/2)$ B: $(-\pi/4, -\pi/2)$ C: N.A. D: $(\pi/4, -3\pi/4)$ E: $(-\pi/4, 3\pi/4)$

8. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

- A: $(t^2 + 9)/2 - \cos(t)$ B: N.E. C: $t^3/2 - \cos(t)$ D: N.A. E: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$

9. Data $f(x) = x^2 3^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- A: $\pi/2$ B: N.A. C: 0 D: N.E. E: 1

10. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

- A: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x)) x$ B: $1 - x$ C: N.A. D: $1 + x$ E: $1 - x^2/2$

CODICE=860963

CODICE=236897

CODICE=590829

CODICE=010794

CODICE=860963

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa nessuna delle altre, mentre N.E. significa non esiste
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una X.
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=822173

PARTE A

1. Data $f(x) = x^2 2^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.A. B: 0 C: N.E. D: $\pi/2$ E: 1

2. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=7}^{+\infty} n^7 x^n$$

è

A: N.A. B: $0 < x < 1$ C: $|x| \leq 1$ D: $|x| < 7$ E: $|x| < 1$

3. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A: $7/2$ B: $3/2$ C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x))x$ B: $1 - x^2/2$ C: $1 - x$ D: N.A. E: 1

5. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

A: N.A. B: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ C: $(\pi/4, -3\pi/4)$ D: $(\pi, \pi/2)$ E: $(-\pi/4, -\pi/2)$

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.E. C: 1 D: N.A. E: 0

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\sin(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ B: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ C: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-1, -1, 1, 1\}$

8. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

A: N.A. B: $\frac{1}{4}$ C: 1 D: N.E. E: $\frac{1}{2}$

9. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

A: N.E. B: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ C: $t^3/2 - \cos(t)$ D: $(t^2 + 7)/2 - \cos(t)$ E: N.A.

10. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è

A: monotona crescente B: invertibile C: monotona decrescente D: iniettiva E: N.A.

CODICE=822173

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa nessuna delle altre, mentre N.E. significa non esiste
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una X.
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=635106

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\sin(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{-1, -1, 1, 1\}$ B: N.A. C: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ D: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ E: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$

2. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: 1 B: N.A. C: $1 - x^2/2$ D: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x))x$ E: $1 - x$

3. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

A: $t^3/2 - \cos(t)$ B: N.E. C: $(t^2 + 7)/2 - \cos(t)$ D: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ E: N.A.

4. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A: $\sqrt{2}$ B: 0 C: $7/2$ D: N.A. E: $3/2$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: 1 B: 0 C: N.E. D: $+\infty$ E: N.A.

6. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=7}^{+\infty} n^7 x^n$$

è

A: N.A. B: $|x| \leq 1$ C: $|x| < 7$ D: $0 < x < 1$ E: $|x| < 1$

7. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

A: N.A. B: 1 C: N.E. D: $\frac{1}{2}$ E: $\frac{1}{4}$

8. Data $f(x) = x^2 2^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.A. B: N.E. C: 0 D: $\pi/2$ E: 1

9. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

A: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ B: $(\pi/4, -3\pi/4)$ C: $(-\pi/4, -\pi/2)$ D: N.A. E: $(\pi, \pi/2)$

10. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è

A: invertibile B: monotona crescente C: iniettiva D: monotona decrescente E: N.A.

CODICE=635106

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa nessuna delle altre, mentre N.E. significa non esiste
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una **X**.
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=565906

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A: 0 B: N.A. C: $7/2$ D: $\sqrt{2}$ E: $3/2$

2. Data $f(x) = x^2 2^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: $\pi/2$ B: 0 C: N.E. D: N.A. E: 1

3. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

A: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ B: $(\pi, \pi/2)$ C: $(\pi/4, -3\pi/4)$ D: N.A. E: $(-\pi/4, -\pi/2)$

4. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è

A: monotona crescente B: iniettiva C: monotona decrescente D: invertibile E: N.A.

5. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

A: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ B: $t^3/2 - \cos(t)$ C: N.E. D: $(t^2 + 7)/2 - \cos(t)$ E: N.A.

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: $+\infty$ B: 1 C: N.E. D: 0 E: N.A.

7. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

A: N.A. B: $\frac{1}{2}$ C: N.E. D: 1 E: $\frac{1}{4}$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\sin(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$

9. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=7}^{+\infty} n^7 x^n$$

è

A: N.A. B: $|x| \leq 1$ C: $|x| < 7$ D: $|x| < 1$ E: $0 < x < 1$

10. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: N.A. B: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x)) x$ C: $1 - x$ D: $1 - x^2/2$ E: 1

CODICE=565906

CODICE=565906

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa nessuna delle altre, mentre N.E. significa non esiste
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una X.
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=897229

PARTE A

1. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20} \sin(x)$ è
A: N.A. B: monotona crescente C: invertibile D: monotona decrescente E: iniettiva

2. L'insieme dove converge la serie

$$\sum_{n=7}^{+\infty} n^7 x^n$$

è

A: $|x| \leq 1$ B: $|x| < 7$ C: $0 < x < 1$ D: $|x| < 1$ E: N.A.

3. Le soluzioni di $z^2 = \frac{1}{i}$ hanno come argomento

A: $(-\pi/4, -\pi/2)$ B: N.A. C: $(-\pi/4, 3\pi/4)$ D: $(\pi, \pi/2)$ E: $(\pi/4, -3\pi/4)$

4. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t + \sin(t)$ è

A: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ B: N.E. C: $(t^2 + 7)/2 - \cos(t)$ D: N.A. E: $t^3/2 - \cos(t)$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{|\sin(x)|}{x^2}}$$

vale

A: 0 B: 1 C: N.A. D: N.E. E: $+\infty$

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1}{|\sin(x)|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ B: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{-1, -1, 1, 1\}$ E: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$

7. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x| dx$$

vale

A: $3/2$ B: N.A. C: $\sqrt{2}$ D: 0 E: $7/2$

8. Se esiste il massimo di $f(x) = x - x^2$ sull'insieme $A = \{x \in]0, 2\pi[: \cos(x) \leq 0\}$ vale

A: N.E. B: $\frac{1}{2}$ C: $\frac{1}{4}$ D: 1 E: N.A.

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: 1 B: $1 - x$ C: N.A. D: $1 - x^2/2$ E: $1 - \cos(x) \sin(\sin(x)) x$

10. Data $f(x) = x^2 2^{|\sin(x)|}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: 1 B: 0 C: $\pi/2$ D: N.A. E: N.E.

CODICE=897229

CODICE=822173

CODICE=635106

CODICE=565906

CODICE=897229

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

18 gennaio 2016

PARTE B

1. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = |\log(x)|^{\log(x)}.$$

Soluzione: Per poter definire il logaritmo serve che sia $x > 0$. Inoltre dato che il valore assoluto del logaritmo entra come base di un esponenziale, serve anche che $x \neq 1$ e si può scrivere

$$|\log(x)|^{\log(x)} = e^{\log(x) \log |\log(x)|} \quad x \in (0, 1) \cup (1, +\infty).$$

I limiti agli estremi del dominio sono pertanto

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} |\log(x)|^{\log(x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\log(x) \log |\log(x)|} = 0,$$

dato che non è una forma indeterminata, visto che l'argomento dell'esponenziale tende a $-\infty$. Allo stesso modo si vede che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} |\log(x)|^{\log(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\log(x) \log |\log(x)|} = +\infty.$$

Il limite $\lim_{x \rightarrow 1^-} |\log(x)|^{\log(x)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} e^{\log(x) \log |\log(x)|}$ risulta invece una forma indeterminata. Effettuando il cambio di variabile $y = -\log(x)$ il limite diventa

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} e^{\log(x) \log |\log(x)|} = \lim_{y \rightarrow 0^+} e^{-y \log(y)} = 1,$$

e con calcoli simili si ha anche

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\log(x) \log |\log(x)|} = 1.$$

Possiamo anche scrivere che

$$f(x) = \begin{cases} e^{\log(x) \log(-\log(x))} & 0 < x < 1 \\ e^{\log(x) \log(\log(x))} & x > 1 \end{cases}$$

e pertanto

$$f'(x) = \begin{cases} (-\log(x))^{\log(x)} \frac{1}{x} (1 + \log(-\log(x))) & 0 < x < 1, \\ (\log(x))^{\log(x)} \frac{1}{x} (1 + \log(\log(x))) & x > 1. \end{cases}$$

CODICE=897229

Nell'intervallo $(0, 1)$ si ha

$$f'(x) > 0 \iff 1 + \log(-\log(x)) > 0 \iff 0 < x < e^{-1/e}.$$

Quindi f è crescente in $(0, e^{-1/e})$, decrescente in $(e^{-1/e}, 1)$ e ha un punto di massimo relativo per $x = e^{-1/e}$.

Con calcoli simili nella semiretta $(1, +\infty)$ si ha che f è decrescente in $(1, e^{1/e})$, crescente in $(e^{1/e}, +\infty)$ e ha un punto di minimo relativo per $x = e^{1/e}$.

Osserviamo inoltre che nonostante la funzione non sia definita per $x = 1$ potrebbe essere prolungata con continuità ponendo $f(1) = 1$ in tale punto la funzione prolungata non risulterebbe derivabile dato che

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = -\infty.$$

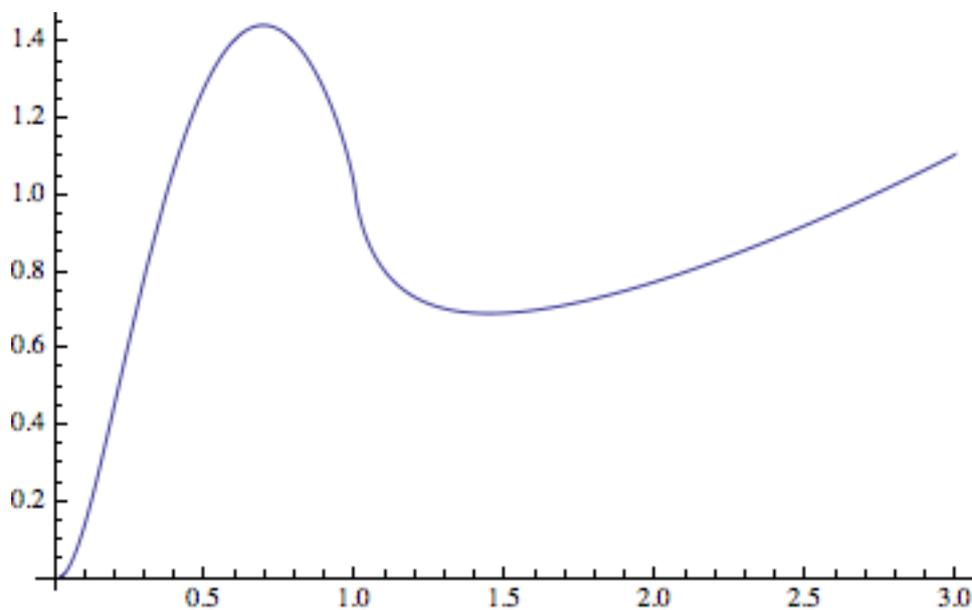


Figura 1: grafico approssimativo di $|\log(x)|^{|\log(x)|}$

2. Risolvere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = x^2 y \\ y(0) = \alpha, \end{cases}$$

Determinare poi per quali α la soluzione è limitata superiormente.

Determinare poi per quali α la soluzione è limitata sia superiormente che inferiormente.

Soluzione: Per $\alpha = 0$ la soluzione è $y \equiv 0$ costante. In generale la soluzione si ottiene integrando per separazione di variabili:

$$\int_{\alpha}^Y \frac{dy}{y} = \int_0^x s^2 ds \Rightarrow \log \frac{y}{\alpha} = \frac{x^3}{3} \text{ ovvero } y(x) = \alpha e^{\frac{x^3}{3}}.$$

Dunque la soluzione è limitata superiormente (da 0) quando $\alpha \leq 0$ ed è limitata sia superiormente che inferiormente quando $\alpha = 0$.

3. Sia $f(x) = \frac{1+x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$ per $x > 0$. Dire se esiste

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

Dire se esiste

$$\int_1^{+\infty} f(x) dx.$$

Sia $F(x)$ tale che $F'(x) = f(x)$ e $F(1) = 0$ Dire se esistono

$$\int_0^1 F(x) dx \quad \text{e} \quad \int_1^{+\infty} F(x) dx.$$

Soluzione: $f(x) = \frac{1+x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{x\sqrt{x}} + 1$. Quindi $f(x) > 1$ che non è integrabile su $[1, +\infty)$ e $f(x) > \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{3/2}}$ che non è integrabile su $(0, 1]$ perché $3/2 > 1$. Quindi $f(x)$ non è integrabile né su $(0, 1]$ né su $[1, +\infty)$.

La primitiva è

$$F(x) = \int_1^x f(s) ds = \int_1^x (s^{-3/2} + 1) ds = \left[-2s^{-1/2} + s \right]_1^x = -\frac{2}{\sqrt{x}} + x + 1.$$

Abbiamo che $F(x) \rightarrow +\infty$ per $x \rightarrow \infty$ quindi $F(x)$ non è integrabile su $[1, +\infty)$.

Invece $F(x)$ è integrabile su $(0, 1]$ perché somma di tre funzioni integrabili (si ricordi che $1/\sqrt{x}$ è integrabile su $(0, 1]$).

4. Dimostrare che l'equazione

$$x^2 + x = 1 + \lambda e^x$$

con $\lambda \leq 0$ non può avere più di 2 soluzioni.

Soluzione: Se portiamo tutto al primo membro otteniamo

$$f(x) = x^2 + x - 1 - \lambda e^x.$$

Abbiamo quindi $f''(x) = 2 - \lambda e^x > 0$ perché $\lambda \leq 0$. Questo implica che f' sia monotona crescente, quindi f' si può annullare al più una volta. Per assurdo, supponiamo che esistano $x_1 < x_2 < x_3$ tali che $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$. Applicando il teorema di Lagrange una volta all'intervallo (x_1, x_2) e una volta all'intervallo (x_2, x_3) troviamo due punti distinti in cui f' si annulla, che contraddice quanto dimostrato precedentemente. Allora $f(x)$ si può annullare al più in 2 punti.