Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=152278

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=152278

PARTE A

1. Data $f(x) = -2\frac{x}{|x|}$. Allora $f'(-1)$ è uguale a

   A: N.E. B: -1 C: $\log(2)$ D: N.A. E: 0

2. inf min sup e max della funzione $2x^4 - x$ per $x \in (-1, 1)$ valgono

   A: $\{-\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, 3, 3\}$ B: $\{1, 1, 3, 3\}$ C: N.A. D: $\{-\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, +\infty, N.E.\}$ E: $\{1, N.E., 3, N.E.\}$

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(1 + x + x^2)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$

   A: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$ B: $1 + x$ C: $\log\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{8}{7}\left(x - \frac{1}{2}\right)$ D: $\frac{8}{7}x + \log\left(\frac{7}{4}\right)$ E: N.A.

4. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = 3x^3 - ax$ è iniettiva da $[0, 1]$ in $[-6, 0]$ per

   A: $0 < a < 3$ B: $a > 8$ C: mai D: N.A. E: $a = 9$

5. Quante sono le soluzioni reali del'equazione $x^3 - 3x + 5 = 0$

   A: 2 B: N.A. C: nessuna D: 3 E: 1

6. Il numero complesso $i/(1 - i) + (2i)^{-1}$ è uguale a

   A: N.A. B: $1 + i$ C: $-\frac{1}{2}$ D: $i - 1$ E: $2 + i$

7. Il limite

   $$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\,\mathrm{e}^{-x}}{1 + x + x^{(10^9)}}$$

   vale

   A: 1 B: 1/2 C: N.A. D: N.E. E: 0

8. L'integrale

   $$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{(\log(t))^2}{t}\,dt$$

   vale

   A: 7/3 B: $\frac{8\mathrm{e}^3}{3}$ C: N.E. D: N.A. E: 5/3

9. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

   $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n\log(n)}{1+n} x^n$$

   A: $x = -\sqrt{2}$ B: N.A. C: $x = 1/\pi$ D: $x = \pi$ E: $x = 1.99$

10. Il limite

    $$\lim_{x\to+\infty} \sin\left(\pi \int_0^x t\,\mathrm{e}^{-t^2}\,dt\right)$$

    vale

    A: N.E. B: N.A. C: 0 D: 1 E: $+\infty$

CODICE=152278

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=835792

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=835792

PARTE A

1. Il numero complesso $i/(1-i)+(2i)^{-1}$ è uguale a

   A: $1+i$ B: $-\frac{1}{2}$ C: $i-1$ D: N.A. E: $2+i$

2. Data $f(x)=-2\frac{x}{|x|}$. Allora $f'(-1)$ è uguale a

   A: -1 B: 0 C: N.E. D: $\log(2)$ E: N.A.

3. inf min sup e max della funzione $2x^4-x$ per $x\in(-1,1)$ valgono

   A: $\{1, N.E., 3, N.E.\}$ B: $\{1,1,3,3\}$ C: N.A. D: $\{-\frac{3}{8},-\frac{3}{8},3,3\}$ E: $\{-\frac{3}{8},-\frac{3}{8},+\infty,N.E.\}$

4. Sia $a>0$, la funzione $f(x)=3x^3-ax$ è iniettiva da $[0,1]$ in $[-6,0]$ per

   A: N.A. B: $a=9$ C: $a>8$ D: mai E: $0<a<3$

5. L'integrale

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2}\frac{(\log(t))^2}{t}dt$$

   vale

   A: $5/3$ B: $\frac{8\mathrm{e}^3}{3}$ C: $7/3$ D: N.A. E: N.E.

6. Il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\sin\left(\pi\int_0^x t\,\mathrm{e}^{-t^2}\,dt\right)$$

   vale

   A: $+\infty$ B: N.A. C: 1 D: 0 E: N.E.

7. Quante sono le soluzioni reali del'equazione $x^3-3x+5=0$

   A: N.A. B: 1 C: 2 D: nessuna E: 3

8. Il limite

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\,\mathrm{e}^{-x}}{1+x+x^{(10^9)}}$$

   vale

   A: N.A. B: 1 C: N.E. D: $1/2$ E: 0

9. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n\log(n)}{1+n}x^n$$

   A: $x=1.99$ B: $x=\pi$ C: N.A. D: $x=1/\pi$ E: $x=-\sqrt{2}$

10. La retta tangente al grafico di $y(x)=\log(1+x+x^2)$ nel punto $x_0=1/2$ vale $\phi(x)=$

    A: $\log\left(\frac{8}{27}\right)+2\left(x-\frac{1}{3}\right)$ B: $\frac{8}{7}x+\log\left(\frac{7}{4}\right)$ C: N.A. D: $\log\left(\frac{7}{4}\right)+\frac{8}{7}\left(x-\frac{1}{2}\right)$ E: $1+x$

CODICE=835792

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=816613

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

CODICE=816613

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{(\log(t))^2}{t} dt$$
vale
A: N.A. B: 7/3 C: N.E. D: 5/3 E: $\frac{8\mathrm{e}^3}{3}$

2. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = 3x^3 - ax$ è iniettiva da $[0, 1]$ in $[-6, 0]$ per
A: $0 < a < 3$ B: mai C: N.A. D: $a > 8$ E: $a = 9$

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(1 + x + x^2)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$
A: $1 + x$ B: $\log\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{8}{7}\left(x - \frac{1}{2}\right)$ C: $\frac{8}{7}x + \log\left(\frac{7}{4}\right)$ D: N.A. E: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$

4. Quante sono le soluzioni reali del'equazione $x^3 - 3x + 5 = 0$
A: 1 B: 3 C: 2 D: N.A. E: nessuna

5. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \sin\left(\pi \int_0^x t\,\mathrm{e}^{-t^2}\,dt\right)$$
vale
A: N.A. B: 1 C: $+\infty$ D: 0 E: N.E.

6. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\,\mathrm{e}^{-x}}{1 + x + x^{(10^9)}}$$
vale
A: 1/2 B: 0 C: 1 D: N.E. E: N.A.

7. inf min sup e max della funzione $2x^4 - x$ per $x \in (-1, 1)$ valgono
A: N.A. B: $\{-\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, +\infty, N.E.\}$ C: $\{-\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, 3, 3\}$ D: $\{1, 1, 3, 3\}$ E: $\{1, N.E., 3, N.E.\}$

8. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n\log(n)}{1+n} x^n$$
A: $x = \pi$ B: $x = -\sqrt{2}$ C: $x = 1.99$ D: $x = 1/\pi$ E: N.A.

9. Data $f(x) = -2\frac{x}{|x|}$. Allora $f'(-1)$ è uguale a
A: -1 B: N.A. C: N.E. D: $\log(2)$ E: 0

10. Il numero complesso $i/(1 - i) + (2i)^{-1}$ è uguale a
A: $2 + i$ B: $-\frac{1}{2}$ C: N.A. D: $1 + i$ E: $i - 1$

CODICE=816613

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=550032

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=550032

PARTE A

1. Quante sono le soluzioni reali del'equazione $x^3 - 3x + 5 = 0$

   A: 1 B: 2 C: nessuna D: 3 E: N.A.

2. L'integrale

$$\int_{e}^{e^2} \frac{(\log(t))^2}{t} dt$$

   vale

   A: $5/3$ B: N.E. C: $\frac{8e^3}{3}$ D: N.A. E: $7/3$

3. Data $f(x) = -2\frac{x}{|x|}$. Allora $f'(-1)$ è uguale a

   A: N.E. B: $\log(2)$ C: N.A. D: 0 E: -1

4. Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \sin\left(\pi \int_0^x t\, e^{-t^2}\, dt\right)$$

   vale

   A: 1 B: 0 C: $+\infty$ D: N.A. E: N.E.

5. Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x\, e^{-x}}{1 + x + x^{(10^9)}}$$

   vale

   A: N.A. B: N.E. C: 1 D: 0 E: $1/2$

6. Il numero complesso $i/(1-i) + (2i)^{-1}$ è uguale a

   A: $1+i$ B: $-\frac{1}{2}$ C: N.A. D: $2+i$ E: $i-1$

7. Quale tra questi punti appartiene all'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \log(n)}{1+n} x^n$$

   A: N.A. B: $x = 1/\pi$ C: $x = \pi$ D: $x = -\sqrt{2}$ E: $x = 1.99$

8. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log(1 + x + x^2)$ nel punto $x_0 = 1/2$ vale $\phi(x) =$

   A: $\frac{8}{7}x + \log\left(\frac{7}{4}\right)$ B: N.A. C: $\log\left(\frac{8}{27}\right) + 2\left(x - \frac{1}{3}\right)$ D: $1 + x$ E: $\log\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{8}{7}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

9. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = 3x^3 - ax$ è iniettiva da $[0, 1]$ in $[-6, 0]$ per

   A: $a > 8$ B: $a = 9$ C: $0 < a < 3$ D: mai E: N.A.

10. inf min sup e max della funzione $2x^4 - x$ per $x \in (-1, 1)$ valgono

   A: $\{-\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, +\infty, N.E.\}$ B: $\{1, 1, 3, 3\}$ C: N.A. D: $\{-\frac{3}{8}, -\frac{3}{8}, 3, 3\}$ E: $\{1, N.E., 3, N.E.\}$

CODICE=550032

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	●	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	○	●
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	○	●
8	●	○	○	○	○
9	○	○	●	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=152278

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	●	○	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	●	○	○
7	○	●	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=835792

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	○	○	○	●
3	○	●	○	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	●	○	○	○
6	○	●	○	○	○
7	●	○	○	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	○	○	○	●
10	○	●	○	○	○

CODICE=816613

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	○	○	○	●
3	○	○	○	●	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	●	○
6	○	●	○	○	○
7	○	●	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	●	○	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=550032

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 giugno 2016

PARTE B

1. Si studi la funzione $f(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x+1|$ e se ne disegni un andamento approssimato. Calcolare inoltre l'area della regione piana delimitata dal grafico della funzione f, dall'asse delle x e dalla retta di equazione $2x - 3 = 0$.

   Soluzione. La funzione non è definita per $x = -1$. Si può esplicitare il valore assoluto della funzione ottenendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + \ln(x+1) & \text{per } x > -1 \\ \frac{x^2}{2} + \ln(-x-1) & \text{per } x < -1 \end{cases}$$

   Abbiamo che $f(0) = 0$. Poichè $\ln(-x-1)$ è positivo per $x < -2$ e tende a $-\infty$ per $x \to -1^-$, si può concludere che la funzione $f(x)$ ha almeno un altro zero per $x \in (-2, -1)$. La funzione inoltre è sicuramente positiva per $x > 0$ e $x < -2$.

   Ovviamente valgono

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty;$$
$$\lim_{x\to-1^-} f(x) = \lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty.$$

   La derivata della funzione è

$$f'(x) = x + \frac{1}{x+1}$$

   Se vogliamo studiare il segno basta vedere che $f'(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ e considerare che il numeratore è sempre positivo.

   La derivata è sempre positiva per $x > -1$ e negativa per $x < -1$. Possiamo concludere quindi che la funzione ha solo i due zeri trovati precedentemente.

   La derivata seconda vale

$$f''(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$$

   quindi la derivata seconda è positiva per $x < -2$ e per $x > 0$ negativa per $-2 < x < -1$ e $-1 < x < 0$ e la funzione presenta due flessi (obliqui) in $x = -2$ e $x = 0$.

   Per il calcolo dell'integrale, basta calcolare l'area sottesa dal grafico di $f(x)$ tra $x = 0$ e $x = 3/2$, ovvero

$$I = \int_0^{3/2} \frac{x^2}{2} + \ln(x+1)dx.$$

CODICE=550032

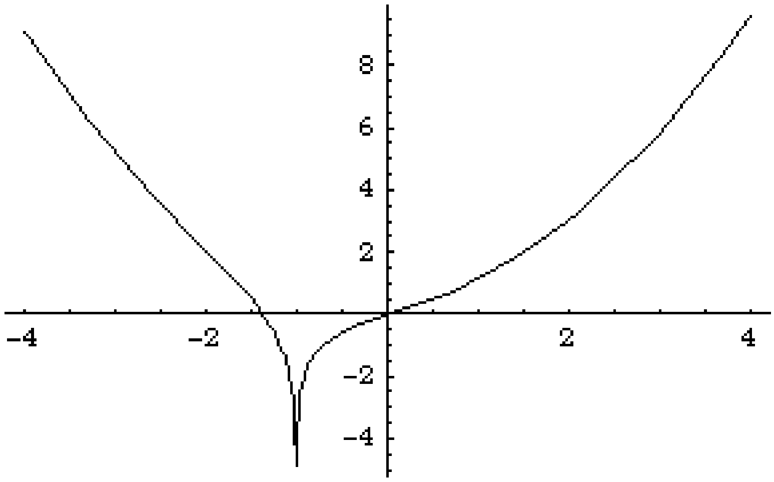

Figura 1: Grafico di $f(x)$

Immediatamente

$$\int_0^{3/2} \frac{x^2}{2} dx = \left[\frac{x^3}{6}\right]_0^{3/2} = \frac{9}{16}.$$

Per il secondo termine usiamo l'integrazione per parti

$$\begin{aligned}\int_0^{3/2} 1 \cdot \ln(x+1) dx &= [x \ln(x+1)]_0^{3/2} - \int_0^{3/2} \frac{x}{x+1} dx \\ &= [x \ln(x+1)]_0^{3/2} - \int_0^{3/2} 1 - \frac{1}{x+1} dx \\ &= [(x+1)\ln(x+1) - x]_0^{3/2} = \frac{5}{2} \ln\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2}\end{aligned}$$

quindi $I = \frac{5}{2} \ln\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{15}{16}$.

2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \dfrac{y(t) \log(y(t))}{t^2}, \\ y(-1) = \mathrm{e}, \end{cases}$$

e disegnarne il grafico.

Quanto vale $y(1)$?

Soluzione. Seprando le variabili si ottiene

$$\int \frac{dy}{y \log(y)} = \int \frac{dt}{t^2}$$

da cui

$$\log(\log(y(t)) = -\frac{1}{t} + c.$$

Tramite l'esponenziale si ottiene $y(t) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^{c - \frac{1}{t}}}$ e imponendo la condizione iniziale si ha pertanto

$$y(t) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^{-\frac{1}{t} - 1}}.$$

CODICE=550032

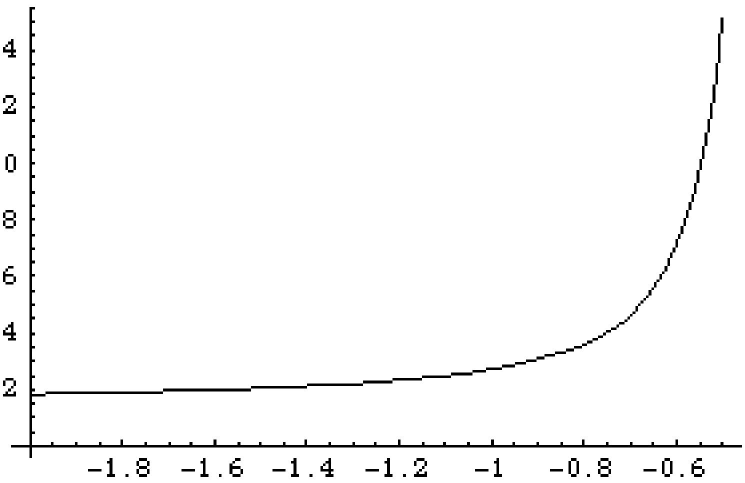

Figura 2: Grafico di $y(t)$

La soluzione deve essere una funzione di classe C^1 in un intervallo aperto contenente $t_0 = -1$ e risulta pertanto definita solo per $t < 0$, quindi $y(1)$ non esiste.

3. Studiare la convergenza e eventualmente calcolare

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{x(x^2+1)}\,dx$$

Soluzione. Converge perchè $\frac{x+1}{x(x^2+1)} = \mathcal{O}(x^{-2})$. Inoltre, tramite la scomposizione in fratti semplici $\frac{x+1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+c}{x^2+1}$ si ottiene

$$\int \frac{x+1}{x(x^2+1)}\,dx = -\frac{1}{2}\log\left(x^2+1\right) + \log(x) + \arctan(x)$$

da cui

$$\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{x(x^2+1)}\,dx = \frac{1}{4}(\pi + \log(4))$$

4. Sia $f(x) \in C^2(\mathbb{R})$ una funzione strettamente convessa, con un minimo in $x = 0$ di valore $f(0) = -1$.

   i) Si può affermare che $\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty$?

   ii) La conclusione precedente vale se valgono le stesse ipotesi, ma $f(x)$ è solo convessa (e non strettamente convessa)?

   iii) E se $f(x)$ è strettamente convessa ma non ha punti di minimo?

Soluzione. Se la funzione ha un minimo in $x = 0$ allora $f'(x) = 0$ per il teorema di Fermat, e, poichè f è strettamente convessa, allora $f'(x) > 0$ per $x > 0$. Quindi $f(x)$ è crescente e quindi esiste $\lim_{x\to\infty} f(x)$.

Se $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$, per $L \in \mathbb{R}$ avremmo un assurdo, perchè la funzione dovrebbe avere un asintoto orizzontale, e quindi non potrebbe essere strettamente convessa.

Per una dimostrazione più formale, basta considerare un punto $x_0 > 0$. Sicuramente $f'(x_0) > 0$. La retta tangente al grafico di $f(x)$ in x_0 ha l'equazione $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ e, per convessità, il grafico della funzione $f(x)$ è tutto sopra questa retta, quindi

$$\lim_{x\to\infty} f(x) \geq \lim_{x\to\infty} f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) = +\infty.$$

Se rimuoviamo l'ipotesi della stretta convessità possiamo solo concludere che il limite esiste, ma non che vale $+\infty$. Si prenda ad esempio la funzione $f(x) \equiv -1$.

Anche se rimuoviamo l'ipotesi dell'esistenza del minimo il risultato precedente non vale, si prenda ad esempio $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$.

CODICE=550032