Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=201335

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=201335

PARTE A

1. La serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)$$
A: è a segni alterni B: diverge C: N.A. D: è indeterminata E: converge

2. Lo sviluppo di Taylor di grado 5 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $y(x) = \sin(x^2)$ vale
A: $1 + \frac{x^4}{4!} + o(x^5)$ B: $x^2 + o(x^5)$ C: $x - \frac{x^3}{3!} + o(x^5)$ D: N.A. E: $1 + 2\sin(x^2)x + o(x^3)$

3. inf min sup e max dell' insieme
$$A = \{\log(x^2),\ x \leq -1\}$$
valgono
A: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., -1, -1\}$

4. Data $f(x) = (\sin(x^3))^{x^2}$ allora $f'(\sqrt[3]{\pi/2})$ è uguale a
A: -2 B: π C: 0 D: $\sin(\sqrt[3]{\pi/2})^{2(\frac{\pi}{2})^3}$ E: N.A.

5. La soluzione del problema di Cauchy $y''(t) = t^2$, $y(0) = y'(0) = 0$ è
A: $y(t) = \frac{t^3}{3}$ B: $y(t) = 0$ C: $y(t) = 1 + t + t^2$ D: N.A. E: $y(t) = \frac{t^4}{12}$

6. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono
A: N.A. B: $(1, \frac{\pi}{6})$ C: $(\sqrt{3}, \frac{2\pi}{5})$ D: $(\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ E: $(1, \frac{5\pi}{6})$

7. Il limite
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\cos(\arctan(x))}{x}$$
vale
A: N.A. B: 1/2 C: 1 D: $-\infty$ E: 0

8. In quanti punti si intersecano gli insiemi A e B definiti da
$$A := \left\{ \|z - \sqrt{2}e^{i\pi/4}\| = 1 \right\| \qquad B := \left\{ \|z - \sqrt{2}e^{i3\pi/4}\| = 2 \right\}$$
A: 2 B: 4 C: 1 D: N.A. E: 0

9. L'integrale
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)|\, dx$$
vale
A: 0 B: 2π C: N.A. D: 2 E: $\frac{\pi}{2}$

10. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 e^x$ è
A: N.A. B: monotona decrescente C: iniettiva D: monotona crescente E: non negativa

CODICE=201335

CODICE=201335

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=947187

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=947187

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)|\,dx$$
vale

A: $\frac{\pi}{2}$ B: 2 C: N.A. D: 0 E: 2π

2. inf min sup e max dell' insieme
$$A = \{\log(x^2),\ x \le -1\}$$
valgono

A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ C: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ D: $\{-\infty, N.E., -1, -1\}$
E: N.A.

3. Lo sviluppo di Taylor di grado 5 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $y(x) = \sin(x^2)$ vale

A: $1 + \frac{x^4}{4!} + o(x^5)$ B: N.A. C: $x - \frac{x^3}{3!} + o(x^5)$ D: $x^2 + o(x^5)$ E: $1 + 2\sin(x^2)x + o(x^3)$

4. La serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)$$

A: è a segni alterni B: è indeterminata C: N.A. D: converge E: diverge

5. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

A: N.A. B: $(1, \frac{\pi}{6})$ C: $(1, \frac{5\pi}{6})$ D: $(\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ E: $(\sqrt{3}, \frac{2\pi}{5})$

6. La soluzione del problema di Cauchy $y''(t) = t^2$, $y(0) = y'(0) = 0$ è

A: N.A. B: $y(t) = 1 + t + t^2$ C: $y(t) = \frac{t^4}{12}$ D: $y(t) = \frac{t^3}{3}$ E: $y(t) = 0$

7. Data $f(x) = (\sin(x^3))^{x^2}$ allora $f'(\sqrt[3]{\pi/2})$ è uguale a

A: 0 B: π C: $\sin(\sqrt[3]{\pi/2})^{2(\frac{\pi}{2})^3}$ D: -2 E: N.A.

8. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 e^x$ è

A: N.A. B: monotona decrescente C: monotona crescente D: iniettiva E: non negativa

9. Il limite
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\cos(\arctan(x))}{x}$$
vale

A: N.A. B: $-\infty$ C: 1 D: 1/2 E: 0

10. In quanti punti si intersecano gli insiemi A e B definiti da
$$A := \left\{\|z - \sqrt{2}e^{i\pi/4}\| = 1\right\| \qquad B := \left\{\|z - \sqrt{2}e^{i3\pi/4}\| = 2\right\}$$

A: N.A. B: 4 C: 1 D: 2 E: 0

CODICE=947187

CODICE=947187

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=959322

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=959322

PARTE A

1. Data $f(x) = (\sin(x^3))^{x^2}$ allora $f'(\sqrt[3]{\pi/2})$ è uguale a

   A: N.A. B: -2 C: 0 D: $\sin(\sqrt[3]{\pi/2})^{2(\frac{\pi}{2})^3}$ E: π

2. In quanti punti si intersecano gli insiemi A e B definiti da

$$A := \left\{ \|z - \sqrt{2}e^{i\pi/4}\| = 1 \right\| \qquad B := \left\{ \|z - \sqrt{2}e^{i3\pi/4}\| = 2 \right\}$$

   A: 4 B: 2 C: 1 D: N.A. E: 0

3. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\cos(\arctan(x))}{x}$$

   vale

   A: 1 B: 0 C: N.A. D: $-\infty$ E: 1/2

4. L'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)|\, dx$$

   vale

   A: 2π B: $\frac{\pi}{2}$ C: N.A. D: 2 E: 0

5. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)$$

   A: N.A. B: è a segni alterni C: è indeterminata D: converge E: diverge

6. inf min sup e max dell' insieme

$$A = \{\log(x^2),\ x \leq -1\}$$

   valgono

   A: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ B: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., -1, -1\}$ D: N.A. E: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$

7. Lo sviluppo di Taylor di grado 5 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $y(x) = \sin(x^2)$ vale

   A: $x - \frac{x^3}{3!} + o(x^5)$ B: $x^2 + o(x^5)$ C: N.A. D: $1 + 2\sin(x^2)x + o(x^3)$ E: $1 + \frac{x^4}{4!} + o(x^5)$

8. La soluzione del problema di Cauchy $y''(t) = t^2$, $y(0) = y'(0) = 0$ è

   A: $y(t) = \frac{t^4}{12}$ B: N.A. C: $y(t) = \frac{t^3}{3}$ D: $y(t) = 1 + t + t^2$ E: $y(t) = 0$

9. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

   A: N.A. B: $(\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ C: $(1, \frac{\pi}{6})$ D: $(1, \frac{5\pi}{6})$ E: $(\sqrt{3}, \frac{2\pi}{5})$

10. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 e^x$ è

   A: non negativa B: iniettiva C: monotona decrescente D: monotona crescente E: N.A.

CODICE=959322

CODICE=959322

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=772643

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=772643

PARTE A

1. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 e^x$ è

   A: monotona crescente   B: N.A.   C: monotona decrescente   D: non negativa   E: iniettiva

2. Lo sviluppo di Taylor di grado 5 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $y(x) = \sin(x^2)$ vale

   A: $1 + \frac{x^4}{4!} + o(x^5)$ B: $1 + 2\sin(x^2)x + o(x^3)$ C: N.A.   D: $x - \frac{x^3}{3!} + o(x^5)$ E: $x^2 + o(x^5)$

3. La serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)$$

   A: converge   B: N.A.   C: diverge   D: è indeterminata   E: è a segni alterni

4. Data $f(x) = (\sin(x^3))^{x^2}$ allora $f'(\sqrt[3]{\pi/2})$ è uguale a

   A: N.A.   B: $\sin(\sqrt[3]{\pi/2})^{2(\frac{\pi}{2})^3}$ C: -2 D: 0   E: π

5. La soluzione del problema di Cauchy $y''(t) = t^2$, $y(0) = y'(0) = 0$ è

   A: $y(t) = \frac{t^3}{3}$ B: N.A.   C: $y(t) = 0$ D: $y(t) = 1 + t + t^2$ E: $y(t) = \frac{t^4}{12}$

6. inf min sup e max dell' insieme

$$A = \{\log(x^2),\ x \leq -1\}$$

   valgono

   A: N.A.   B: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ C: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., -1, -1\}$

7. L'integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\sin(x)|\, dx$$

   vale

   A: 2π B: $\frac{\pi}{2}$ C: 0   D: N.A.   E: 2

8. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

   A: $(1, \frac{\pi}{6})$ B: N.A.   C: $(\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$ D: $(\sqrt{3}, \frac{2\pi}{5})$ E: $(1, \frac{5\pi}{6})$

9. Il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\cos(\arctan(x))}{x}$$

   vale

   A: 0   B: N.A.   C: 1   D: 1/2   E: $-\infty$

10. In quanti punti si intersecano gli insiemi A e B definiti da

$$A := \left\{ \|z - \sqrt{2}e^{i\pi/4}\| = 1 \right\| \qquad B := \left\{ \|z - \sqrt{2}e^{i3\pi/4}\| = 2 \right\}$$

   A: 4   B: 0   C: N.A.   D: 1   E: 2

CODICE=772643

CODICE=772643

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	●	○	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	○	○	●
7	●	○	○	○	○
8	●	○	○	○	○
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=201335

CODICE=201335

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	●	○	○
6	○	○	●	○	○
7	●	○	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=947187

CODICE=947187

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	○	●
6	●	○	○	○	○
7	○	●	○	○	○
8	●	○	○	○	○
9	○	○	○	●	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=959322

CODICE=959322

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	○	●
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	○	●
6	○	●	○	○	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	○	●
9	○	●	○	○	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=772643

CODICE=772643

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 settembre 2016

PARTE B

1. Studiare al variare di $\lambda \geq 0$ la funzione

$$f(x) = \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x}$$

Soluzione: La funzione f risulta definita per ogni $x \in \mathbb{R}$ e inoltre, se $\lambda > 0$

$$\lim_{x\to-\infty} \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x} = N.E. \qquad \lim_{x\to+\infty} \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x} = 0.$$

(Nel caso $\lambda = 0$ la funzione da studiare è il coseno, il cui andamento è ben noto.) Osserviamo che per $x \to -\infty$ il limite non esite perchè la funzione compie oscillazioni sembre più grandi, infatti

$$\inf_{x\in\mathbb{R}} \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x} = \inf_{x<0} \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x} = -\infty \quad \text{e} \quad \sup_{x\in\mathbb{R}} \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x} = \sup_{x<0} \cos(x)\,\mathrm{e}^{-\lambda x} = +\infty.$$

La funzione f si annulla dove si annulla il coseno $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ e ha lo stesso segno del coseno, dato che $\mathrm{e}^{-\lambda x} > 0$, per ogni $\lambda \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$.

Lo studio della derivata porta a

$$f'(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x}(\lambda\cos(x) + \sin(x)$$

che si annulla quando $\tan(x) = -\lambda$, quindi si ha uno zero in ogni intervallo della forma $[\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi]$

2. Data l'equazione

$$y'(x) = y(x)(x^2 - 2x).$$

   (a) Si trovi la soluzione con dato iniziale $y(0) = 1$
   (b) Data la soluzione con $y(0) = \pi$ si calcoli il limite $\lim_{x\to\infty} y(x)$
   (c) Si trovi la soluzione con $y(2) = 0$.

Soluzione: (a) Procediamo per separazione di variabili. Si ha

$$\int \frac{dy}{y} = \int (x^2 - 2x)dx$$

quindi $\log|y(x)| = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$, dove C va scelta a seconda del dato iniziale. Detto x_0 l'istante iniziale, si noti che, visto che $y(x) \equiv 0$ è una soluzione, se il dato iniziale $y(x_0)$ è positivo,

CODICE=772643

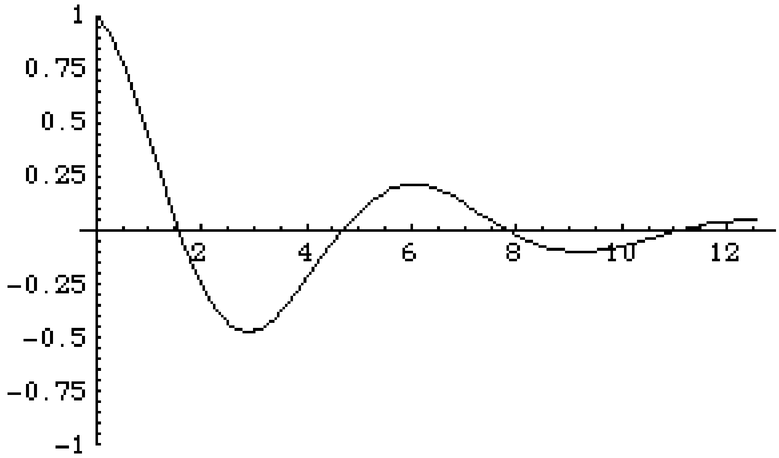

Figura 1: Grafico di f per $\lambda = 1/4$, tra 0 e 4π.

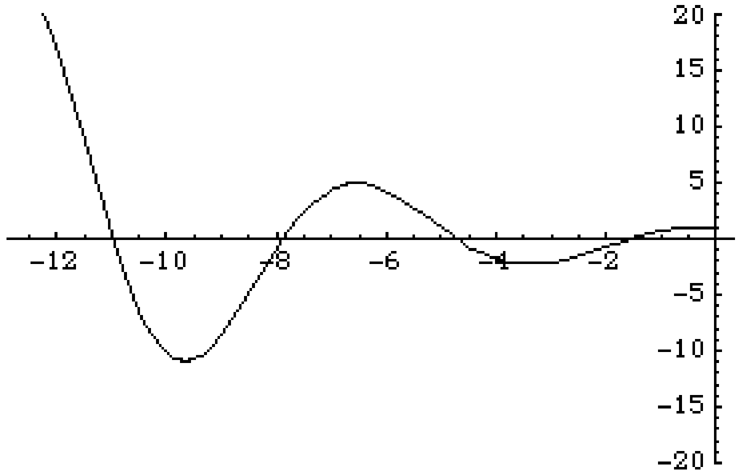

Figura 2: Grafico di f per $\lambda = 1/4$, tra -4π e 0.

CODICE=772643

allora $y(x)$ è positivo per ogni x (analogamente se $y(x_0) < 0$ allora $y(x) < 0$). Quindi, a seconda del dato iniziale, conosciamo il segno di $y(x)$, e possiamo gestire il valore assoluto. In questo caso il dato iniziale è $y(0) = 1 > 0$, quindi abbiamo $\log(y(x)) = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$ ovvero

$$y(x) = e^{\frac{x^3}{3} - x^2 + C}$$

Per avere che $y(0) = 1$ basta scegliere $C = 0$.

(b) Si ripete la procedura di sopra; anche in questo caso $y(0) = \pi > 0$ quindi avremo $\log(y(x)) = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$ ovvero

$$y(x) = e^{\frac{x^3}{3} - x^2 + C}$$

Con C scelta per avere $y(0) = \pi$. Qualsiasi sia il valore di C avremmo

$$\lim_{x \to \infty} y(x) = +\infty.$$

(c) Si vede facilmente che in questo caso la soluzione richiesta è la soluzione costante $y(x) \equiv 0$.

3. Dato $\lambda \in \mathbb{R}$ si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\log |\lambda|)^n} (x-1)^n$$

Soluzione: Osserviamo intanto che la serie può essere scritta solo per $\lambda \neq -1, 0, 1$ Utilizziamo in criterio della radice per le serie di potenze:

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\left| \frac{\lambda^2 + \lambda + 1}{(\log |\lambda|)^n} (x-1)^n \right|} = \left| \frac{x-1}{\log |\lambda|} \right|$$

Quindi serie converge assolutamente per $\left| \frac{x-1}{\log |\lambda|} \right| < 1$ ovvero per $1 - |\log |\lambda|| < x < 1 + |\log |\lambda||$ e non converge per $\left| \frac{x-1}{\log |\lambda|} \right| > 1$.

Osserviamo anche che la serie poteva essere riscritta come una progressione geometrica

$$(\lambda^2 + \lambda + 1) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-1}{\log |\lambda|} \right)^n$$

da cui si dimostra la non convergenza agli estremi, cioè quando $\left| \frac{x-1}{\log |\lambda|} \right| = 1$.

4. Sia $f :]0, 1] \to \mathbb{R}$ continua. Fornire un esempio di f tale che
   (a) f ha sia il massimo che il minimo;
   (b) f ha massimo, ma non minimo;
   (c) f ha minimo ma non massimo

   Esiste una f soddisfacente a tali ipotesi che non ha né minimo né massimo?

Soluzione: (a) Basta scegliere una funzione che ha sia il massimo che il minimo nell'intervallo $]0, 1]$. Esempi possono essere $f(x) = \sin(2\pi x)$ o $f(x) = (x - 1/2)^2$ o semplicemente $f(x)$ costante.

(b) Qui possiamo scegliere una funzione il cui minimo cadrebbe in $x = 0$ o che sia illimitata inferiormente, ad esempio $f(x) = 2x$ o $f(x) = \log(x)$.

(c) Si possono prendere gli esempi di sopra e cambiarne il segno, o trovarne di nuovi, come $f(x) = 1/x$.

Esistono anche funzioni che non hanno né minimo né massimo, ad esempio

$$f(x) = \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x},$$

che non è limitata né inferiormente né superiormente in ogni intorno dell'origine.

CODICE=772643