

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=703413

PARTE A

1. Data $f(x) = |\sin(x)|25x^2$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.E. B: 0 C: $\pi/2$ D: N.A. E: 1

2. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \sin(x) dx$$

vale

A: N.A. B: $\pi/2$ C: $\sqrt{2}$ D: 0 E: $-\pi$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(|\log(x)|)}{\log(x)}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.A. C: 1 D: N.E. E: 0

4. La funzione $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per

A: $a = \pi/2$ B: $a = 4$ C: $a = \sqrt{\pi}$ D: $a = \sqrt{\pi/2}$ E: N.A.

5. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è

A: $\sin(t^2) + 1$ B: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ C: $t^3/2 - \cos(t)$ D: N.A. E: N.E.

6. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[\pi]}^{+\infty} \frac{n + 2 + e^{\sin(n)}}{n} x^n$$

è

A: $|x| < 8$ B: N.A. C: $0 < x < 1$ D: $|x| < 1$ E: $0 < x \leq 1$

7. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$

A: $1 - x$ B: N.A. C: $e + (x - 3\pi/2)$ D: $\frac{1}{e}$ E: $1 + x$

8. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\sin(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in] - 2\pi, 0]\}$ vale

A: N.A. B: N.E. C: 0 D: -1 E: 1

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{e^x}{|-e^x|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{1, 1, 1, 1\}$ B: $\{-1, -1, 1, 1\}$ C: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ E: N.A.

10. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |4i - 3|\}$ è

A: N.A. B: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi C: l'insieme vuoto
D: $-\infty < x < 5$ E: $|x| < 4$

CODICE=703413

CODICE=703413

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=069351

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(|\log(x)|)}{\log(x)}$$

vale

A: 1 B: $+\infty$ C: 0 D: N.A. E: N.E.

2. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |4i - 3|\}$ è

A: l'insieme vuoto B: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi C: $|x| < 4$
D: $-\infty < x < 5$ E: N.A.

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{e^x}{|-e^x|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{1, 1, 1, 1\}$ B: N.A. C: $\{-1, -1, 1, 1\}$ D: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{0, 0, 1, N.E.\}$

4. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\sin(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-2\pi, 0]\}$ vale

A: 1 B: N.E. C: 0 D: -1 E: N.A.

5. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[\pi]}^{+\infty} \frac{n + 2 + e^{\sin(n)}}{n} x^n$$

è

A: $|x| < 1$ B: $0 < x \leq 1$ C: N.A. D: $|x| < 8$ E: $0 < x < 1$

6. La funzione $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per

A: $a = \sqrt{\pi/2}$ B: $a = 4$ C: N.A. D: $a = \sqrt{\pi}$ E: $a = \pi/2$

7. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è

A: $t^3/2 - \cos(t)$ B: N.A. C: $\sin(t^2) + 1$ D: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ E: N.E.

8. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \sin(x) dx$$

vale

A: $-\pi$ B: $\pi/2$ C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$

A: $e + (x - 3\pi/2)$ B: $\frac{1}{e}$ C: N.A. D: $1 - x$ E: $1 + x$

10. Data $f(x) = |\sin(x)|25^{x^2}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.E. B: 1 C: 0 D: $\pi/2$ E: N.A.

CODICE=069351

CODICE=069351

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=944985

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{e^x}{|-e^x|}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

$$\text{A: N.A.} \quad \text{B: } \{0, 0, 1, N.E.\} \quad \text{C: } \{1, N.E., +\infty, N.E.\} \quad \text{D: } \{-1, -1, 1, 1\} \quad \text{E: } \{1, 1, 1, 1\}$$

2. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |4i - 3|\}$ è

$$\text{A: } |x| < 4 \quad \text{B: l'insieme vuoto} \quad \text{C: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi} \\ \text{D: N.A.} \quad \text{E: } -\infty < x < 5$$

3. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[\pi]}^{+\infty} \frac{n + 2 + e^{\sin(n)}}{n} x^n$$

è

$$\text{A: } 0 < x < 1 \quad \text{B: } |x| < 8 \quad \text{C: N.A.} \quad \text{D: } 0 < x \leq 1 \quad \text{E: } |x| < 1$$

4. La funzione $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per

$$\text{A: } a = \sqrt{\pi} \quad \text{B: } a = 4 \quad \text{C: } a = \pi/2 \quad \text{D: N.A.} \quad \text{E: } a = \sqrt{\pi/2}$$

5. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\sin(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-2\pi, 0]\}$ vale

$$\text{A: N.E.} \quad \text{B: N.A.} \quad \text{C: } 1 \quad \text{D: } -1 \quad \text{E: } 0$$

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$

$$\text{A: } \frac{1}{e} \quad \text{B: } e + (x - 3\pi/2) \quad \text{C: } 1 + x \quad \text{D: } 1 - x \quad \text{E: N.A.}$$

7. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \sin(x) dx$$

vale

$$\text{A: } 0 \quad \text{B: N.A.} \quad \text{C: } -\pi \quad \text{D: } \pi/2 \quad \text{E: } \sqrt{2}$$

8. Data $f(x) = |\sin(x)|25^{x^2}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

$$\text{A: N.A.} \quad \text{B: } 1 \quad \text{C: } 0 \quad \text{D: } \pi/2 \quad \text{E: N.E.}$$

9. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è

$$\text{A: N.A.} \quad \text{B: N.E.} \quad \text{C: } (t^2 + \pi)/2 + \cos(t) \quad \text{D: } t^3/2 - \cos(t) \quad \text{E: } \sin(t^2) + 1$$

10. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(|\log(x)|)}{\log(x)}$$

vale

$$\text{A: N.E.} \quad \text{B: } 0 \quad \text{C: } +\infty \quad \text{D: N.A.} \quad \text{E: } 1$$

CODICE=944985

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=131113

PARTE A

1. Data $f(x) = |\sin(x)|25^{x^2}$. Allora $f'(0)$ è uguale a
A: N.A. B: $\pi/2$ C: 0 D: 1 E: N.E.
2. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$
A: $1+x$ B: N.A. C: $e + (x - 3\pi/2)$ D: $\frac{1}{e}$ E: $1-x$
3. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\sin(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-2\pi, 0]\}$ vale
A: N.A. B: 0 C: 1 D: -1 E: N.E.
4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{e^x}{| -e^x |}, x \neq k\frac{\pi}{2} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

valgono

A: $\{1, 1, 1, 1\}$ B: N.A. C: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ E: $\{-1, -1, 1, 1\}$

5. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \sin(x) dx$$

vale

A: $-\pi$ B: N.A. C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: $\pi/2$

6. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è
A: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ B: $\sin(t^2) + 1$ C: $t^3/2 - \cos(t)$ D: N.A. E: N.E.
7. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |4i - 3|\}$ è
A: $-\infty < x < 5$ B: $|x| < 4$ C: l'insieme vuoto D: N.A. E: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(|\log(x)|)}{\log(x)}$$

vale

A: N.A. B: 1 C: N.E. D: $+\infty$ E: 0

9. La funzione $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per
A: N.A. B: $a = \sqrt{\pi/2}$ C: $a = \pi/2$ D: $a = \sqrt{\pi}$ E: $a = 4$

10. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[\pi]}^{+\infty} \frac{n + 2 + e^{\sin(n)}}{n} x^n$$

è

A: $0 < x \leq 1$ B: $0 < x < 1$ C: $|x| < 1$ D: $|x| < 8$ E: N.A.

CODICE=131113

CODICE=131113

CODICE=703413

CODICE=069351

CODICE=944985

CODICE=131113

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=479804

PARTE A

1. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è
A: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ B: $\sin(t^2) + 1$ C: N.E. D: N.A. E: $t^3/2 - \cos(t)$
2. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\cos(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-\pi/2, \pi/2]\}$ vale
A: N.A. B: N.E. C: 0 D: 1 E: -1
3. Lo sviluppo di Taylor di $\sin(x + x^3)$ in $x_0 = 0$ al terz'ordine è
A: $x + 5x^3/6 + o(x^3)$ B: $x + O(x^4)$ C: $x + x^2/2! - x^3/3! + o(x^3)$ D: $x + x^3 + o(x^3)$ E: N.A.
4. La funzione $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per
A: $a = \sqrt{\pi}$ B: $a = \pi/2$ C: $a = \sqrt{\pi/2}$ D: N.A. E: $a = 4$
5. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1 + \log(x)}{|1 + \log(x)|}, x > e \right\}$$

valgono

- A: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$ B: $\{1, 1, 1, 1\}$ C: $\{-1, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$
6. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$
A: N.A. B: $1 + x$ C: $\frac{1}{e}$ D: $e + (x - 3\pi/2)$ E: $1 - x$
 7. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[e]}^{+\infty} \frac{n + 2 - e^{\cos(n)}}{n} x^n$$

è

- A: $0 < x < 1$ B: $|x| < 8$ C: $0 < x \leq 1$ D: $|x| < 1$ E: N.A.

8. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \cos(x) dx$$

vale

- A: $\pi/2$ B: N.A. C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: -2
9. Data $f(x) = |\cos(x)|25^{x^2}$. Allora $f'(0)$ è uguale a
A: $\pi/2$ B: N.A. C: N.E. D: 0 E: 1
 10. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |2i - 2|\}$ è
A: l'insieme vuoto B: N.A. C: $-\infty < x < 2\sqrt{2}$ D: $|x|^2 < 8$ E: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi

CODICE=479804

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=268733

PARTE A

1. La funzione $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per

A: N.A. B: $a = \sqrt{\pi}$ C: $a = \sqrt{\pi/2}$ D: $a = \pi/2$ E: $a = 4$

2. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |2i - 2|\}$ è

A: N.A. B: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi C: $|x|^2 < 8$ D: l'insieme vuoto E: $-\infty < x < 2\sqrt{2}$

3. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \cos(x) dx$$

vale

A: $\pi/2$ B: 0 C: -2 D: N.A. E: $\sqrt{2}$

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$

A: $1 - x$ B: $1 + x$ C: $\frac{1}{e}$ D: $e + (x - 3\pi/2)$ E: N.A.

5. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1 + \log(x)}{|1 + \log(x)|}, x > e \right\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{-1, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{1, 1, 1, 1\}$ E: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$

6. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[e]}^{+\infty} \frac{n + 2 - e^{\cos(n)}}{n} x^n$$

è

A: $0 < x \leq 1$ B: $0 < x < 1$ C: $|x| < 8$ D: $|x| < 1$ E: N.A.

7. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\cos(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-\pi/2, \pi/2[\}$ vale

A: 0 B: -1 C: N.E. D: N.A. E: 1

8. Data $f(x) = |\cos(x)|25x^2$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.A. B: 1 C: $\pi/2$ D: N.E. E: 0

9. Lo sviluppo di Taylor di $\sin(x + x^3)$ in $x_0 = 0$ al terz'ordine è

A: N.A. B: $x + x^3 + o(x^3)$ C: $x + 5x^3/6 + o(x^3)$ D: $x + O(x^4)$ E: $x + x^2/2! - x^3/3! + o(x^3)$

10. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è

A: N.E. B: N.A. C: $\sin(t^2) + 1$ D: $t^3/2 - \cos(t)$ E: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$

CODICE=268733

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=693241

PARTE A

1. La funzione $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per

A: $a = \pi/2$ B: $a = \sqrt{\pi/2}$ C: $a = 4$ D: N.A. E: $a = \sqrt{\pi}$

2. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[e]}^{+\infty} \frac{n+2 - e^{\cos(n)}}{n} x^n$$

è

A: N.A. B: $0 < x < 1$ C: $|x| < 8$ D: $0 < x \leq 1$ E: $|x| < 1$

3. Lo sviluppo di Taylor di $\sin(x+x^3)$ in $x_0 = 0$ al terz'ordine è

A: $x+x^3+o(x^3)$ B: $x+5x^3/6+o(x^3)$ C: $x+O(x^4)$ D: N.A. E: $x+x^2/2!-x^3/3!+o(x^3)$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1 + \log(x)}{|1 + \log(x)|}, x > e \right\}$$

valgono

A: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{1, 1, 1, 1\}$ D: $\{-1, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$

A: $1 - x$ B: N.A. C: $e + (x - 3\pi/2)$ D: $1 + x$ E: $\frac{1}{e}$

6. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\cos(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-\pi/2, \pi/2]\}$ vale

A: N.A. B: -1 C: 1 D: 0 E: N.E.

7. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |2i - 2|\}$ è

A: $|x|^2 < 8$ B: $-\infty < x < 2\sqrt{2}$ C: N.A. D: l'insieme vuoto E: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi

8. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è

A: $t^3/2 - \cos(t)$ B: N.A. C: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ D: $\sin(t^2) + 1$ E: N.E.

9. Data $f(x) = |\cos(x)|25^{x^2}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: N.E. B: N.A. C: $\pi/2$ D: 0 E: 1

10. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \cos(x) dx$$

vale

A: -2 B: $\sqrt{2}$ C: N.A. D: 0 E: $\pi/2$

CODICE=693241

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=507670

PARTE A

1. Data $f(x) = |\cos(x)|25x^2$. Allora $f'(0)$ è uguale a
A: N.E. B: 1 C: 0 D: N.A. E: $\pi/2$
2. Lo sviluppo di Taylor di $\sin(x+x^3)$ in $x_0 = 0$ al terz'ordine è
A: $x + O(x^4)$ B: $x + 5x^3/6 + o(x^3)$ C: $x + x^2/2! - x^3/3! + o(x^3)$ D: $x + x^3 + o(x^3)$ E: N.A.
3. La funzione $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(x^2)$ è iniettiva per
A: $a = \sqrt{\pi/2}$ B: $a = \pi/2$ C: N.A. D: $a = \sqrt{\pi}$ E: $a = 4$
4. L'insieme definito da $\{x \in \mathbb{R}, x < |2i - 2|\}$ è
A: Impossibile: non si confrontano numeri reali e complessi B: $|x|^2 < 8$ C: N.A. D: $-\infty < x < 2\sqrt{2}$ E: l'insieme vuoto
5. Una soluzione dell'equazione $y'(t) = t \sin(t^2)$ è
A: $\sin(t^2) + 1$ B: N.E. C: N.A. D: $(t^2 + \pi)/2 + \cos(t)$ E: $t^3/2 - \cos(t)$
6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ y = \frac{1 + \log(x)}{|1 + \log(x)|}, x > e \right\}$$

valgono

- A: $\{-1, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{1, 1, 1, 1\}$ E: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$
7. Se esiste, il minimo di $f(x) = |\cos(x) - 1|$ sull'insieme $A = \{x \in]-\pi/2, \pi/2\}$ vale
A: 1 B: 0 C: N.A. D: N.E. E: -1
 8. L'insieme dove converge la serie di potenze

$$\sum_{n=[e]}^{+\infty} \frac{n + 2 - e^{\cos(n)}}{n} x^n$$

è

- A: $0 < x \leq 1$ B: $0 < x < 1$ C: $|x| < 8$ D: N.A. E: $|x| < 1$
9. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 3\pi/2$ vale $\phi(x) =$
A: $1 - x$ B: N.A. C: $e + (x - 3\pi/2)$ D: $1 + x$ E: $\frac{1}{e}$
 10. L'integrale

$$\int_0^\pi (x - \pi) \cos(x) dx$$

vale

- A: N.A. B: $\pi/2$ C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: -2

CODICE=507670

CODICE=479804

CODICE=268733

CODICE=693241

CODICE=507670

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

5 febbraio 2016

PARTE B

1. Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1 - \log(x^2)}{(\log(x))^2}.$$

Soluzione: L'insieme più grande dove può essere definita la funzione è $\{x > 0\} \setminus \{1\}$ e in tale insieme si ha

$$f(x) = \frac{1 - 2\log(x)}{(\log(x))^2} \quad x \in D =]0, +\infty[\setminus \{1\}.$$

Agli estremi del dominio si hanno i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

La funzione risulta derivabile in D e si ha

$$f'(x) = \frac{2(\log(x) - 1)}{x \log^3(x)}$$

Pertanto

$$f' > 0 \text{ se e solo se } x \in]0, 1[\cup]e, +\infty[$$

e la funzione risulta crescente in $]0, 1[$ e in $]e, +\infty[$ e decrescente in $]1, e[$ e nel punto $x = e$ si ha un punto di minimo relativo con $f(e) = -1$. Il valore -1 risulta anche essere il minimo assoluto della funzione. La derivata seconda vale

$$f''(x) = -\frac{2(\log^2(x) + \log(x) - 3)}{x^2 \log^4(x)}$$

e per trovare gli intervalli di convessità risolviamo, ponendo $y = \log(x)$, l'equazione biquadratica

$$y^2 + y - 3 > 0$$

da cui si ha

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow \log(x) < \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \vee \log(x) > \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \Leftrightarrow x < e^{\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}} \vee x > e^{\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}}$$

da cui si ha che f è convessa in $[e^{\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}}, 1[\cup]e^{\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}}, +\infty[$. Osserviamo infatti che dato che $-1 - \sqrt{13} < 0$ il primo cambio di convessità si ha nell'intervallo $]0, 1[$, mentre dato che $-1 + \sqrt{13} > 2 > 0$ il secondo si ha per $x > e > 1$.

CODICE=507670

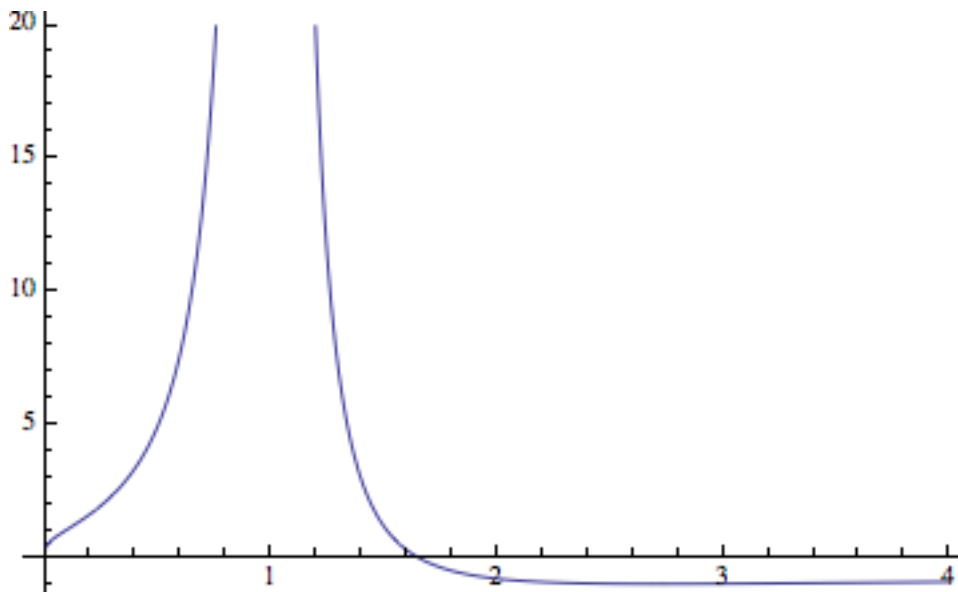


Figura 1: Grafico di $f(x)$

2. Studiare per $x \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^3} x^n.$$

Soluzione: Utilizziamo il criterio della radice per le serie di potenze:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left| \frac{1+n^2}{n^3} \right|} = 1$$

Quindi serie converge assolutamente per $|x| < 1$ e non converge per $|x| > 1$.

In $x = 1$ abbiamo la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^3}$$

che non converge perché si comporta asintoticamente come la serie armonica.

In $x = -1$ abbiamo la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+n^2}{n^3}.$$

Questa serie converge perché a segno alterno e con termini decrescenti.

3. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y(x) = \sin(\alpha x)$$

con $\alpha \geq 0$ reale.

(a) Calcolare l'integrale generale.

(b) Esistono α per cui la soluzione non è limitata inferiormente?

(c) Nei casi $\alpha = 2$ e $\alpha = 4$ risolvere l'equazione con le condizioni iniziali $y(0) = y'(0) = 1$

Soluzione:

CODICE=507670

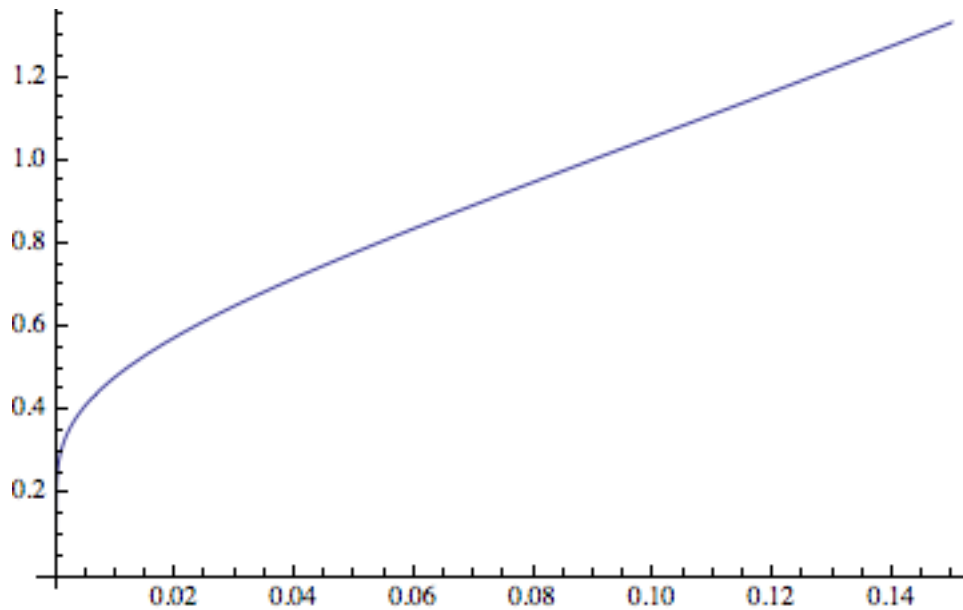


Figura 2: Grafico di $f(x)$ vicino al primo punto di flesso $x = e^{\frac{-1-\sqrt{13}}{2}} \sim 0.0999809$

- (a) L'equazione associata all'omogenea è $\lambda^2 + 4 = 0$, con soluzione $\lambda_{1,2} = \pm 2i$. La soluzione dell'equazione omogenea è

$$y_0(x) = A \cos(2x) + B \sin(2x).$$

Per $\alpha = 0$, l'equazione si riduce ad un'omogenea, quindi la soluzione generale è

$$y = A \cos(2x) + B \sin(2x).$$

Per $\alpha > 0$ e $\alpha \neq 2$, siamo nel caso in cui non c'è risonanza. La soluzione particolare $y_1(x)$ sarà della forma

$$y_1(x) = a \cos(\alpha x) + b \sin(\alpha x)$$

quindi

$$y_1''(x) = -a\alpha^2 \cos(\alpha x) - \alpha^2 b \sin(\alpha x)$$

Vogliamo che

$$y_1''(x) + 4y_1(x) = \sin(\alpha x)$$

quindi $a(4 - \alpha^2) = 0$, $b(4 - \alpha^2) = 1$ quindi una soluzione particolare ha la forma

$$y_1(x) = \frac{1}{4 - \alpha^2} \sin(\alpha x)$$

La soluzione generale è

$$y(x) = A \cos(2x) + B \sin(2x) + \frac{1}{4 - \alpha^2} \sin(\alpha x)$$

Nel caso $\alpha = 2$ dobbiamo cercare una soluzione particolare della forma

$$y_1(x) = ax \sin(2x) + bx \cos(2x)$$

abbiamo che

$$y_1''(x) = 4a \cos(2x) + 4ax \sin(2x) - 4b \sin(2x) - 4bx \cos(2x)$$

Vogliamo che

$$y_1''(x) + 4y_1(x) = \sin(2x)$$

da cui ricaviamo che $a = 0$ e $b = -1/4$. Quindi la soluzione generale dell'equazione ha la forma

$$y_f(x) = A \cos(2x) + B \sin(2x) - \frac{1}{4}x \cos(2x).$$

- (b) Tra queste soluzioni l'unica che non è limitata inferiormente è quella che si ottiene nel caso $\alpha = 2$, che ha il termine $x \cos(2x)$ che non è limitato né inferiormente né superiormente.
- (c) Per $\alpha = 2$ la soluzione generale è stata determinata nel punto (a). Dalle condizioni iniziali otteniamo $A = 1$, imponendo che $y(0) = 1$, e $B = 5/8$ imponendo che $y'(0) = 1$. La soluzione del problema di Cauchy è data da

$$y_f(x) = \cos(2x) + \frac{5}{8} \sin(2x) - \frac{1}{4}x \cos(2x).$$

Per $\alpha = 4$ la soluzione generale è

$$y(x) = A \cos(2x) + B \sin(2x) - \frac{1}{12} \sin(4x)$$

e per avere la soluzione cercata dobbiamo determinare A, B . Abbiamo che $A = 1$ imponendo che $y(0) = 1$ e $B = \frac{2}{3}$ imponendo che $y'(0) = 1$. La soluzione è quindi

$$y(x) = \cos(2x) + \frac{2}{3} \sin(2x) - \frac{1}{12} \sin(4x).$$

4. Dimostrare che data $f \in C([a, b])$

- (a) la funzione $F(x) = \max\{f(x), 0\}$ è continua in $[a, b]$;
- (b) data $g \in C([a, b])$ la funzione $G(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ è continua in $[a, b]$;
- (c) può accadere che g non sia continua in tutto $[a, b]$ ma $G(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ sia ancora continua in $[a, b]$?

Soluzione. a) Osserviamo che dato $x \in \mathbb{R}$ si ha

$$\frac{x + |x|}{2} = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

quindi $\frac{x+|x|}{2} = \max\{x, 0\}$. Pertanto

$$\max\{f(x), 0\} = \frac{f(x) + |f(x)|}{2}$$

che essendo composizione e somma di funzioni continue è continua.

b) Con lo stesso ragionamento si ha che

$$\max\{f(x), g(x)\} = \frac{f(x) - g(x) + |f(x) - g(x)|}{2} + g(x)$$

e quindi essendo composizione di funzioni continue risulta continua.

c) Sì, può accadere. Sia per esempio $f(x) = 0$ e sia g una funzione tale che $g(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Anche se g non è continua in qualche punto si ha che $\max\{f(x), g(x)\} = 0$ che è continua.