

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica I

30 giugno 2014

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- **Tempo 30 minuti.** Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=315691**



## PARTE A

1. Data  $f(x) = x^{|\log(x)|}$ . Allora  $f'(e)$  è uguale a  
A:  $\log(2e)$  B: 2 C:  $3e^3$  D: 1 E: N.A.

2. L'integrale

$$\int_0^2 |x^2 - 1| dx$$

vale

- A: N.A. B: 2 C:  $2/3$  D:  $1/2$  E: 0

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^4 - x^2 > -\frac{\pi}{2}\}$$

valgono

- A:  $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$  B:  $\{-\infty, N.E., 1, N.E.\}$  C:  $(-\infty, N.E., +\infty, N.E.)$  D:  $\{-1, N.E., 1., N.E.\}$   
E: N.A.

4. Sia data la funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $g(x) = \begin{cases} b & \text{per } x < 2 \\ 1 & \text{per } x \geq 2. \end{cases}$

Allora i valori di  $b \in \mathbb{R}$  per cui  $f(x) = \pi + \int_0^x g(t) dt$  è continua sono

- A:  $|b| \leq 1$  B:  $b = 1$  C:  $b \in \mathbb{R}$  D:  $b \leq 1$  E: N.A.

5. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(\log(x))$  nel punto  $x_0 = 1$  vale

- A:  $1 + x$  B:  $x - 1$  C:  $\frac{\sin(\log(x))}{x}$  D:  $x$  E: N.A.

6. Sia  $y$  la soluzione di  $y'(x) = \sin(\log(y(x)))$  con  $y(1) = 1$ , allora  $y'(1)$  vale

- A: 0 B:  $\sin(\log(y(x)))$  C: N.A. D: 1 E: N.E.

7. Dire quanto vale il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{x}{x-3}} - e)$$

- A: N.E. B:  $2e$  C: N.A. D:  $3e$  E: 0

8. Modulo e argomento del numero complesso  $z = (1 + i)^{-3}$  sono

- A:  $(1/4, \pi)$  B:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi/4)$  C:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi)$  D:  $(4, 0)$  E: N.A.

9. Dire per quali valori di  $\beta \in \mathbb{R}$  la seguente equazione ha due soluzioni distinte

$$e^{-x^4} = \beta$$

- A:  $\beta \in (0, +\infty)$  B:  $\beta \in \mathbb{R}$  C: Nessun valore di  $\beta$  D:  $\beta \in ]0, 1[$  E: N.A.

10. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n \log(n^2)}{e^n} (x - 1/e)^n$$

vale

- A:  $1/e$  B:  $e$  C:  $+\infty$  D: N.A. E: 1

**CODICE=315691**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica I

30 giugno 2014

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- **Tempo 30 minuti.** Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=962998**



PARTE A

1. Sia data la funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $g(x) = \begin{cases} b & \text{per } x < 2 \\ 1 & \text{per } x \geq 2. \end{cases}$

Allora i valori di  $b \in \mathbb{R}$  per cui  $f(x) = \pi + \int_0^x g(t) dt$  è continua sono

A:  $b \leq 1$  B:  $|b| \leq 1$  C: N.A. D:  $b \in \mathbb{R}$  E:  $b = 1$

2. Sia  $y$  la soluzione di  $y'(x) = \sin(\log(y(x)))$  con  $y(1) = 1$ , allora  $y'(1)$  vale

A:  $\sin(\log(y(x)))$  B: 0 C: N.A. D: 1 E: N.E.

3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(\log(x))$  nel punto  $x_0 = 1$  vale

A: N.A. B:  $x - 1$  C:  $\frac{\sin(\log(x))}{x}$  D:  $1 + x$  E:  $x$

4. L'integrale

$$\int_0^2 |x^2 - 1| dx$$

vale

A: 2/3 B: 1/2 C: 0 D: 2 E: N.A.

5. Modulo e argomento del numero complesso  $z = (1 + i)^{-3}$  sono

A:  $(1/4, \pi)$  B:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi/4)$  C:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi)$  D:  $(4, 0)$  E: N.A.

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^4 - x^2 > -\frac{\pi}{2}\}$$

valgono

A:  $\{-\infty, N.E., 1, N.E.\}$  B:  $(-\infty, N.E., +\infty, N.E.)$  C:  $\{-1, N.E., 1., N.E.\}$  D: N.A. E:  $\{-1, -1, +\infty., N.E.\}$

7. Data  $f(x) = x^{|\log(x)|}$ . Allora  $f'(e)$  è uguale a

A: 2 B: 1 C: N.A. D:  $\log(2e)$  E:  $3e^3$

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n \log(n^2)}{e^n} (x - 1/e)^n$$

vale

A: 1 B: e C: N.A. D:  $+\infty$  E:  $1/e$

9. Dire quanto vale il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{x}{x-3}} - e)$$

A: N.A. B: N.E. C:  $3e$  D:  $2e$  E: 0

10. Dire per quali valori di  $\beta \in \mathbb{R}$  la seguente equazione ha due soluzioni distinte

$$e^{-x^4} = \beta$$

A: Nessun valore di  $\beta$  B:  $\beta \in \mathbb{R}$  C:  $\beta \in ]0, 1[$  D:  $\beta \in (0, +\infty)$  E: N.A.

**CODICE=962998**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica I

30 giugno 2014

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- **Tempo 30 minuti.** Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=649704**



**PARTE A**

1. Data  $f(x) = x^{|\log(x)|}$ . Allora  $f'(e)$  è uguale a

A: 2    B: N.A.    C:  $\log(2e)$     D: 1    E:  $3e^3$

2. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x^4 - x^2 > -\frac{\pi}{2} \right\}$$

valgono

A:  $(-\infty, N.E., +\infty, N.E.)$     B:  $\{-\infty, N.E., 1, N.E.\}$     C:  $\{-1, N.E., 1., N.E.\}$     D: N.A.    E:  $\{-1, -1, +\infty., N.E.\}$

3. Modulo e argomento del numero complesso  $z = (1 + i)^{-3}$  sono

A:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi)$     B: (4, 0)    C:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi/4)$     D:  $(1/4, \pi)$     E: N.A.

4. L'integrale

$$\int_0^2 |x^2 - 1| dx$$

vale

A: 2/3    B: 0    C: 2    D: 1/2    E: N.A.

5. Dire per quali valori di  $\beta \in \mathbb{R}$  la seguente equazione ha due soluzioni distinte

$$e^{-x^4} = \beta$$

A: Nessun valore di  $\beta$     B:  $\beta \in ]0, 1[$     C: N.A.    D:  $\beta \in \mathbb{R}$     E:  $\beta \in (0, +\infty)$

6. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(\log(x))$  nel punto  $x_0 = 1$  vale

A: N.A.    B:  $\frac{\sin(\log(x))}{x}$     C:  $x$     D:  $x - 1$     E:  $1 + x$

7. Sia  $y$  la soluzione di  $y'(x) = \sin(\log(y(x)))$  con  $y(1) = 1$ , allora  $y'(1)$  vale

A:  $\sin(\log(y(x)))$     B: N.E.    C: 0    D: 1    E: N.A.

8. Dire quanto vale il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{x}{x-3}} - e)$$

A: 2e    B: 3e    C: N.E.    D: N.A.    E: 0

9. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n \log(n^2)}{e^n} (x - 1/e)^n$$

vale

A: 1/e    B: e    C:  $+\infty$     D: N.A.    E: 1

10. Sia data la funzione  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $g(x) = \begin{cases} b & \text{per } x < 2 \\ 1 & \text{per } x \geq 2. \end{cases}$

Allora i valori di  $b \in \mathbb{R}$  per cui  $f(x) = \pi + \int_0^x g(t) dt$  è continua sono

A:  $b = 1$     B:  $b \in \mathbb{R}$     C: N.A.    D:  $|b| \leq 1$     E:  $b \leq 1$

**CODICE=649704**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica I

30 giugno 2014

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- **Tempo 30 minuti.** Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=892670



**PARTE A**

1. L'integrale

$$\int_0^2 |x^2 - 1| dx$$

vale

A: 1/2   B: 2   C: 0   D: 2/3   E: N.A.

2. Sia  $y$  la soluzione di  $y'(x) = \sin(\log(y(x)))$  con  $y(1) = 1$ , allora  $y'(1)$  vale

A: 1   B: 0   C:  $\sin(\log(y(x)))$    D: N.E.   E: N.A.

3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(\log(x))$  nel punto  $x_0 = 1$  vale

A:  $x - 1$    B: N.A.   C:  $x$    D:  $\frac{\sin(\log(x))}{x}$    E:  $1 + x$

4. Dire quanto vale il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{x}{x-3}} - e)$$

A: N.A.   B:  $3e$    C: 0   D:  $2e$    E: N.E.

5. Dire per quali valori di  $\beta \in \mathbb{R}$  la seguente equazione ha due soluzioni distinte

$$e^{-x^4} = \beta$$

A: Nessun valore di  $\beta$    B:  $\beta \in (0, +\infty)$    C: N.A.   D:  $\beta \in \mathbb{R}$    E:  $\beta \in ]0, 1[$

6. Sia data la funzione  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $g(x) = \begin{cases} b & \text{per } x < 2 \\ 1 & \text{per } x \geq 2. \end{cases}$

Allora i valori di  $b \in \mathbb{R}$  per cui  $f(x) = \pi + \int_0^x g(t) dt$  è continua sono

A:  $b \in \mathbb{R}$    B:  $b \leq 1$    C:  $|b| \leq 1$    D:  $b = 1$    E: N.A.

7. Data  $f(x) = x^{|\log(x)|}$ . Allora  $f'(e)$  è uguale a

A: 1   B: N.A.   C:  $3e^3$    D: 2   E:  $\log(2e)$

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n \log(n^2)}{e^n} (x - 1/e)^n$$

vale

A: 1   B:  $+\infty$    C:  $e$    D:  $1/e$    E: N.A.

9. Modulo e argomento del numero complesso  $z = (1 + i)^{-3}$  sono

A: N.A.   B:  $(1/4, \pi)$    C:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi/4)$    D:  $(1/(2\sqrt{2}), \pi)$    E:  $(4, 0)$

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x^4 - x^2 > -\frac{\pi}{2} \right\}$$

valgono

A: N.A.   B:  $(-\infty, N.E., +\infty, N.E.)$    C:  $\{-\infty, N.E., 1, N.E.\}$    D:  $\{-1, -1, +\infty., N.E.\}$   
 E:  $\{-1, N.E., 1., N.E.\}$

**CODICE=892670**



**CODICE=315691**



**CODICE=962998**



**CODICE=649704**



**CODICE=892670**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica I

30 giugno 2014

**PARTE B**

1. Studiare, il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x + 1}.$$

**Soluzione:** Per prima cosa osserviamo che la funzione non è definita per  $x = -1$  e

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ \frac{x^2 - x}{x + 1} & x < 0, x \neq \{-1\} \end{cases}$$

Inoltre

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ \frac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2} & x < 0, x \neq \{-1\}. \end{cases}$$

Per  $x < 0$  la derivata si annulla solo per  $x_0 = -1 - \sqrt{2}$  (l'altra soluzione è positiva) e la funzione non risulta derivabile per  $x = 0$ , infatti  $f'_+(0) = 1$ , mentre  $f'_-(0) = -1$ . Inoltre  $f' > 0$  per  $x < -1 - \sqrt{2}$ , mentre  $f' < 0$  per  $-1 - \sqrt{2} < x < 0, x \neq -1$ . Quindi in  $x_0 = -1 - \sqrt{2}$  si ha un punto di massimo locale, mentre la funzione è decrescente in  $\{-1 - \sqrt{2}\} < x < -1 \cup \{-1 < x < 0\}$ . Quindi 0 è punto di minimo locale, anche se  $f'(0)$  non esiste.

Per concludere

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

e in  $x = -1$  si ha un asintoto verticale

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

2. Risolvere l'equazione complessa

$$e^z = \frac{e}{2}(-1 + i\sqrt{3})$$

**Soluzione:** Osserviamo che  $e^{a+ib} = e^a(\cos(b) + i\sin(b))$ , quindi dobbiamo trovare  $a$  e  $b$  reali in modo che

$$e^{a+ib} = e^a(\cos(b) + i\sin(b)) = e \left( -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right),$$

**CODICE=892670**

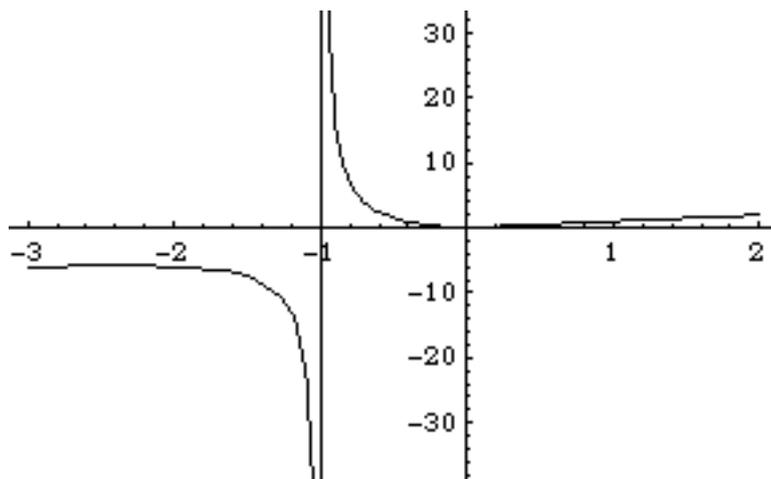


Figura 1: Grafico di  $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x+1}$

da cui necessariamente  $a = 1$ , mentre  $b = 2\pi/3$  a cui possiamo aggiungere multipli interi dell'angolo giro, da cui la soluzione

$$z = 1 + i \left( \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right) \quad k \in \mathbb{Z}.$$

3. Studiare il limite

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{y^y - 1}{y}$$

**Soluzione:** Il limite è del tipo  $\frac{0}{0}$ , applicando l'Hopital, si deve studiare il limite

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{y^y (\log(y) + 1)}{1} = -\infty.$$

Il limite richiesto pertanto esiste ed assume lo stesso valore

$$\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{y^y - 1}{y} = -\infty.$$

4. Sia  $f(x)$  una funzione continua in  $]0, 1[$ , non necessariamente non negativa tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \sqrt{\sin(x)} = 2.$$

Dire, motivando la risposta se è vero che l'integrale

$$\int_0^1 f^2(x) dx$$

esiste ed è finito. Cosa si può dire se inoltre  $f > 0$ ?

**Soluzione:** Se la funzione  $f$  non ha segno assegnato, può avvicinandosi a  $x = 1$  assumere in valore assoluti numeri arbitrariamente grandi. Quindi  $f^2$  può avere in  $x = 1$  singolarità non integrabili, indipendentemente dal comportamento a 0. Inoltre anche supponendo che  $f$  sia positiva e limitata in un intorno di  $x = 1$ , dall'ipotesi si ha che  $f(x) = O(1/\sqrt{x})$  per  $x \rightarrow 0^+$ . Quindi

$$f^2(x) = O\left(\frac{1}{x}\right)$$

in un intorno destro di zero, e pertanto risulta non integrabile.