

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=802721

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 0\}$$

valgono

$$\begin{aligned} \text{A: } & \{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\} & \text{B: } & \{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\} & \text{C: } & \{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\} & \text{D: } & \text{N.A.} \\ \text{E: } & \{0, 0, \pi, \pi\} \end{aligned}$$

2. La serie a termini non-negativi, definita per $\alpha \neq 0$,

$$\sum_{n=41}^{\infty} \left| \log \left| \log \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right| \right|$$

converge per

$$\text{A: } \alpha > 1 \quad \text{B: } 3 < \alpha < \pi \quad \text{C: } \alpha \geq 1 \quad \text{D: } \alpha > 0 \quad \text{E: } \text{N.A.}$$

3. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = (t \log(t))^{-1}$ sono

$$\text{A: } \log(\log(t)) + c \quad \text{B: } \text{N.E.} \quad \text{C: } t \log(t) + c \quad \text{D: } \text{N.A.} \quad \text{E: } \frac{t^2}{\log(t^2)} + c$$

4. L'integrale

$$\int_{-2}^1 |x+1| dx$$

vale

$$\text{A: } \sqrt{2} \quad \text{B: } 0 \quad \text{C: } \text{N.A.} \quad \text{D: } 3/2 \quad \text{E: } 5/2$$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + x \arctan(x))}{\log(x)}$$

vale

$$\text{A: } \text{N.E.} \quad \text{B: } 1/3 \quad \text{C: } +\infty \quad \text{D: } \text{N.A.} \quad \text{E: } 0$$

6. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{2011}$ sono

$$\text{A: } (1, \pi/3) \quad \text{B: } (2, -\pi/2) \quad \text{C: } \text{N.A.} \quad \text{D: } (1, -\pi/2) \quad \text{E: } (1, \pi)$$

7. Data $f(x) = \log(\log(3x))$. Allora $f'(e)$ è uguale a

$$\text{A: } \frac{1}{e \log(3e)} \quad \text{B: } \log(3e) \quad \text{C: } e^3 \quad \text{D: } \text{N.A.} \quad \text{E: } \pi$$

8. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x-1|$ è

$$\text{A: } \text{derivabile ovunque} \quad \text{B: } \text{iniettiva} \quad \text{C: } \text{N.A.} \quad \text{D: } \text{surgettiva} \quad \text{E: } \text{convessa}$$

9. La funzione $f(x) = \begin{cases} \pi/3 & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

$$\text{A: } \text{è continua e derivabile.} \quad \text{B: } \text{è continua, ma non derivabile.} \quad \text{C: } \text{è derivabile, ma non continua.} \quad \text{D: } \text{non è né continua né derivabile.} \quad \text{E: } \text{N.A.}$$

10. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(2x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

$$\text{A: } \text{N.A.} \quad \text{B: } 1 + \sin(2x)(x - \pi/4) \quad \text{C: } 2x + \frac{\pi}{12} \quad \text{D: } \sqrt{3}x - \frac{\pi}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \quad \text{E: } +\frac{1}{2} + 2 \sin(2x) \left(x - \frac{\pi}{12}\right)$$

CODICE=802721

Brutta Copia

CODICE=802721

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=672944

PARTE A

1. Data $f(x) = \log(\log(3x))$. Allora $f'(e)$ è uguale a

A: e^3 B: $\log(3e)$ C: π D: N.A. E: $\frac{1}{e \log(3e)}$

2. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x - 1|$ è

A: N.A. B: derivabile ovunque C: surgettiva D: iniettiva E: convessa

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(2x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

A: N.A. B: $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$ C: $+\frac{1}{2} + 2 \sin(2x) (x - \frac{\pi}{12})$ D: $2x + \frac{\pi}{12}$ E: $\sqrt{3}x - \frac{\pi}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$

4. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{2011}$ sono

A: $(1, -\pi/2)$ B: $(1, \pi/3)$ C: $(2, -\pi/2)$ D: $(1, \pi)$ E: N.A.

5. L'integrale

$$\int_{-2}^1 |x + 1| dx$$

vale

A: $3/2$ B: $5/2$ C: N.A. D: 0 E: $\sqrt{2}$

6. La funzione $f(x) = \begin{cases} \pi/3 & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: non è né continua né derivabile. B: N.A. C: è derivabile, ma non continua. D: è continua, ma non derivabile. E: è continua e derivabile.

7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + x \arctan(x))}{\log(x)}$$

vale

A: N.A. B: $1/3$ C: $+\infty$ D: 0 E: N.E.

8. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = (t \log(t))^{-1}$ sono

A: $t \log(t) + c$ B: $\log(\log(t)) + c$ C: N.E. D: $\frac{t^2}{\log(t^2)} + c$ E: N.A.

9. La serie a termini non-negativi, definita per $\alpha \neq 0$,

$$\sum_{n=41}^{\infty} \left| \log \left| \log \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right| \right|$$

converge per

A: $\alpha > 0$ B: $3 < \alpha < \pi$ C: $\alpha > 1$ D: N.A. E: $\alpha \geq 1$

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 0\}$$

valgono

A: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ B: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ C: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

Brutta Copia

CODICE=672944

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=512116

PARTE A

1. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{2011}$ sono
 A: N.A. B: $(2, -\pi/2)$ C: $(1, -\pi/2)$ D: $(1, \pi)$ E: $(1, \pi/3)$

2. L'integrale

$$\int_{-2}^1 |x+1| dx$$

vale

- A: N.A. B: $5/2$ C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: $3/2$

3. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = (t \log(t))^{-1}$ sono

- A: $\frac{t^2}{\log(t^2)} + c$ B: $\log(\log(t)) + c$ C: $t \log(t) + c$ D: N.A. E: N.E.

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + x \arctan(x))}{\log(x)}$$

vale

- A: 0 B: $1/3$ C: N.E. D: $+\infty$ E: N.A.

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(2x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

- A: $2x + \frac{\pi}{12}$ B: $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$ C: $\sqrt{3}x - \frac{\pi}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$ D: $+\frac{1}{2} + 2 \sin(2x)(x - \frac{\pi}{12})$ E: N.A.

6. Data $f(x) = \log(\log(3x))$. Allora $f'(e)$ è uguale a

- A: π B: N.A. C: $\frac{1}{e \log(3e)}$ D: e^3 E: $\log(3e)$

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} \pi/3 & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è continua, ma non derivabile. B: non è né continua né derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: N.A. E: è continua e derivabile.

8. La serie a termini non-negativi, definita per $\alpha \neq 0$,

$$\sum_{n=41}^{\infty} \left| \log \left| \log \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right| \right|$$

converge per

- A: $\alpha > 0$ B: N.A. C: $\alpha > 1$ D: $3 < \alpha < \pi$ E: $\alpha \geq 1$

9. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x-1|$ è

- A: surgettiva B: N.A. C: derivabile ovunque D: iniettiva E: convessa

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 0\}$$

valgono

- A: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ B: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

CODICE=512116

Brutta Copia

CODICE=512116

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=280561

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + x \arctan(x))}{\log(x)}$$

vale

A: $+\infty$ B: $1/3$ C: N.A. D: N.E. E: 0

2. La serie a termini non-negativi, definita per $\alpha \neq 0$,

$$\sum_{n=41}^{\infty} \left| \log \left| \log \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right| \right|$$

converge per

A: $\alpha \geq 1$ B: N.A. C: $3 < \alpha < \pi$ D: $\alpha > 0$ E: $\alpha > 1$

3. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = (t \log(t))^{-1}$ sono

A: $\log(\log(t)) + c$ B: $t \log(t) + c$ C: N.A. D: N.E. E: $\frac{t^2}{\log(t^2)} + c$

4. Data $f(x) = \log(\log(3x))$. Allora $f'(e)$ è uguale a

A: π B: e^3 C: N.A. D: $\log(3e)$ E: $\frac{1}{e \log(3e)}$

5. L'integrale

$$\int_{-2}^1 |x+1| dx$$

vale

A: $3/2$ B: N.A. C: $\sqrt{2}$ D: 0 E: $5/2$

6. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{2011}$ sono

A: $(2, -\pi/2)$ B: $(1, \pi/3)$ C: $(1, -\pi/2)$ D: N.A. E: $(1, \pi)$

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} \pi/3 & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: N.A. B: è continua e derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: non è né continua né derivabile. E: è continua, ma non derivabile.

8. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x-1|$ è

A: derivabile ovunque B: surgettiva C: N.A. D: iniettiva E: convessa

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(2x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

A: $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$ B: $+\frac{1}{2} + 2 \sin(2x) \left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ C: N.A. D: $2x + \frac{\pi}{12}$ E: $\sqrt{3}x - \frac{\pi}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 0\}$$

valgono

A: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ B: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ C: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$
E: N.A.

CODICE=280561

Brutta Copia

CODICE=280561

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=495590

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 0\}$$

valgono

$$A: \{0, 0, \pi, \pi\} \quad B: \{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\} \quad C: \{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\} \quad D: N.A. \quad E: \{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$$

2. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x - 1|$ è

A: derivabile ovunque B: iniettiva C: convessa D: surgettiva E: N.A.

3. L'integrale

$$\int_{-2}^1 |x + 1| dx$$

vale

$$A: \sqrt{2} \quad B: 0 \quad C: 5/2 \quad D: 3/2 \quad E: N.A.$$

4. Data $f(x) = \log(\log(3x))$. Allora $f'(e)$ è uguale a

$$A: \pi \quad B: \log(3e) \quad C: N.A. \quad D: \frac{1}{e \log(3e)} \quad E: e^3$$

5. La serie a termini non-negativi, definita per $\alpha \neq 0$,

$$\sum_{n=41}^{\infty} \left| \log \left| \log \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right| \right|$$

converge per

$$A: \alpha > 0 \quad B: \alpha > 1 \quad C: \alpha \geq 1 \quad D: N.A. \quad E: 3 < \alpha < \pi$$

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(2x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

$$A: \sqrt{3}x - \frac{\pi}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \quad B: 1 + \sin(2x)(x - \pi/4) \quad C: +\frac{1}{2} + 2\sin(2x) \left(x - \frac{\pi}{12}\right) \quad D: 2x + \frac{\pi}{12} \quad E: N.A.$$

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} \pi/3 & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è continua e derivabile. B: N.A. C: è continua, ma non derivabile. D: è derivabile, ma non continua. E: non è né continua né derivabile.

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + x \arctan(x))}{\log(x)}$$

vale

$$A: 1/3 \quad B: +\infty \quad C: 0 \quad D: N.A. \quad E: N.E.$$

9. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{2011}$ sono

$$A: (2, -\pi/2) \quad B: (1, \pi/3) \quad C: (1, -\pi/2) \quad D: N.A. \quad E: (1, \pi)$$

10. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = (t \log(t))^{-1}$ sono

$$A: t \log(t) + c \quad B: \frac{t^2}{\log(t^2)} + c \quad C: N.A. \quad D: N.E. \quad E: \log(\log(t)) + c$$

CODICE=495590

Brutta Copia

CODICE=495590

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=879589

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_{-2}^1 |x+1| dx$$

vale

A: $3/2$ B: 0 C: $5/2$ D: N.A. E: $\sqrt{2}$

2. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{2011}$ sono

A: N.A. B: $(1, \pi/3)$ C: $(1, -\pi/2)$ D: $(1, \pi)$ E: $(2, -\pi/2)$

3. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = (t \log(t))^{-1}$ sono

A: $\log(\log(t)) + c$ B: N.E. C: N.A. D: $\frac{t^2}{\log(t^2)} + c$ E: $t \log(t) + c$

4. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x-1|$ è

A: derivabile ovunque B: surgettiva C: iniettiva D: N.A. E: convessa

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(2x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

A: $\sqrt{3}x - \frac{\pi}{4\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$ B: N.A. C: $1 + \sin(2x)(x - \pi/4)$ D: $+\frac{1}{2} + 2 \sin(2x) (x - \frac{\pi}{12})$ E: $2x + \frac{\pi}{12}$

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + x \arctan(x))}{\log(x)}$$

vale

A: $1/3$ B: 0 C: $+\infty$ D: N.A. E: N.E.

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} \pi/3 & \text{per } x < 0 \\ \cos(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: N.A. B: è derivabile, ma non continua. C: è continua e derivabile. D: non è né continua né derivabile. E: è continua, ma non derivabile.

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x^2) < 0\}$$

valgono

A: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$
E: N.A.

9. La serie a termini non-negativi, definita per $\alpha \neq 0$,

$$\sum_{n=41}^{\infty} \left| \log \left| \log \left(\frac{1}{n^\alpha} \right) \right| \right|$$

converge per

A: $3 < \alpha < \pi$ B: $\alpha > 0$ C: N.A. D: $\alpha > 1$ E: $\alpha \geq 1$

10. Data $f(x) = \log(\log(3x))$. Allora $f'(e)$ è uguale a

A: e^3 B: $\log(3e)$ C: N.A. D: π E: $\frac{1}{e \log(3e)}$

CODICE=879589

Brutta Copia

CODICE=879589

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=879589

PARTE A

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} x\pi/2 & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: N.A. B: non è né continua né derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: è continua, ma non derivabile. E: è continua e derivabile.

2. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx$$

vale

A: N.A. B: 3/2 C: $\sqrt{2}$ D: 5/2 E: 0

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(3x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{18}$ vale

A: $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$ B: $1 + \cos(3x)(x - \frac{\pi}{6})$ C: N.A. D: $+\frac{1}{3} + 3 \cos(3x)(x - \frac{\pi}{18})$ E: $3x + \frac{\pi}{18}$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(|x|) < 0\}$$

valgono

A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ C: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ D: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$
E: N.A.

5. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$ è

A: convessa B: surgettiva C: N.A. D: iniettiva E: derivabile ovunque

6. Data $f(x) = \sqrt{e^{\cos x}}$. Allora $f'(\frac{\pi}{2})$ è uguale a

A: N.A. B: \sqrt{e} C: $\frac{1}{2}$ D: $-\frac{1}{2}$ E: 1

7. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = te^t$ sono

A: $t^2 e^{t^2} + c$ B: N.E. C: N.A. D: $e^t(t-1) + c$ E: $t \log(t) + c$

8. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{1}{2}t^{2010}$ sono

A: $(2, \pi)$ B:

N.A. C: $(1, \frac{\pi}{2})$ D: $(\frac{1}{2}, \pi)$ E: $(2, -\frac{\pi}{2})$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2)(\log(x^2 + 1) - \log x^2)$$

vale

A: 1 B: N.A. C: 0 D: $+\infty$ E: N.E.

10. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=52}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^{1+\alpha}}$$

converge per

A: $\alpha \geq -1$ B: $\alpha > -1$ C: $\alpha > 0$ D: N.A. E: $-1 < \alpha < 0$

CODICE=879589

Brutta Copia

CODICE=879589

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=568474

PARTE A

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} x\pi/2 & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$
- A: è continua e derivabile. B: è continua, ma non derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: non è né continua né derivabile. E: N.A.

2. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{1}{2}i^{2010}$ sono

A: $(1, \frac{\pi}{2})$ B: N.A. C: $(2, \pi)$ D: $(\frac{1}{2}, \pi)$ E: $(2, -\frac{\pi}{2})$

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(3x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{18}$ vale

A: $1 + \cos(3x)(x - \frac{\pi}{6})$ B: $+\frac{1}{3} + 3 \cos(3x)(x - \frac{\pi}{18})$ C: $3x + \frac{\pi}{18}$ D: N.A. E: $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(|x|) < 0\}$$

valgono

A: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ B: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ C: N.A. D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$

5. Data $f(x) = \sqrt{e^{\cos x}}$. Allora $f'(\frac{\pi}{2})$ è uguale a

A: N.A. B: $\frac{1}{2}$ C: 1 D: \sqrt{e} E: $-\frac{1}{2}$

6. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$ è

A: derivabile ovunque B: surgettiva C: convessa D: N.A. E: iniettiva

7. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=52}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^{1+\alpha}}$$

converge per

A: $\alpha > 0$ B: $\alpha > -1$ C: $\alpha \geq -1$ D: $-1 < \alpha < 0$ E: N.A.

8. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx$$

vale

A: $3/2$ B: N.A. C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: $5/2$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2) (\log(x^2 + 1) - \log x^2)$$

vale

A: N.E. B: $+\infty$ C: 0 D: N.A. E: 1

10. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = te^t$ sono

A: $t \log(t) + c$ B: N.A. C: N.E. D: $e^t(t-1) + c$ E: $t^2 e^{t^2} + c$

Brutta Copia

CODICE=568474

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=393856

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2) (\log(x^2 + 1) - \log x^2)$$

vale

A: N.A. B: 0 C: $+\infty$ D: 1 E: N.E.

2. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{1}{2}i^{2010}$ sono

A:

N.A. B: $(2, \pi)$ C: $(1, \frac{\pi}{2})$ D: $(\frac{1}{2}, \pi)$ E: $(2, -\frac{\pi}{2})$

3. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$ è

A: N.A. B: derivabile ovunque C: surgettiva D: iniettiva E: convessa

4. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=52}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^{1+\alpha}}$$

converge per

A: $-1 < \alpha < 0$ B: $\alpha \geq -1$ C: $\alpha > -1$ D: $\alpha > 0$ E: N.A.

5. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx$$

vale

A: $5/2$ B: 0 C: $3/2$ D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

6. Data $f(x) = \sqrt{e^{\cos x}}$. Allora $f'(\frac{\pi}{2})$ è uguale a

A: \sqrt{e} B: $-\frac{1}{2}$ C: $\frac{1}{2}$ D: N.A. E: 1

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(|x|) < 0\}$$

valgono

A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ E: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$

8. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(3x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{18}$ vale

A: $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$ B: $3x + \frac{\pi}{18}$ C: N.A. D: $1 + \cos(3x)(x - \frac{\pi}{6})$ E: $+\frac{1}{3} + 3 \cos(3x)(x - \frac{\pi}{18})$

9. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = te^t$ sono

A: $t \log(t) + c$ B: N.E. C: N.A. D: $t^2 e^{t^2} + c$ E: $e^t(t-1) + c$

10. La funzione $f(x) = \begin{cases} x\pi/2 & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è continua, ma non derivabile. B: non è né continua né derivabile. C: N.A. D: è continua e derivabile. E: è derivabile, ma non continua.

CODICE=393856

Brutta Copia

CODICE=393856

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- **Tempo 30 minuti.** Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=425252

PARTE A

1. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=52}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^{1+\alpha}}$$

converge per

A: N.A. B: $\alpha > 0$ C: $\alpha > -1$ D: $-1 < \alpha < 0$ E: $\alpha \geq -1$

2. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = te^t$ sono

A: $t \log(t) + c$ B: N.A. C: N.E. D: $e^t(t-1) + c$ E: $t^2 e^{t^2} + c$

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} x\pi/2 & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è derivabile, ma non continua. B: non è né continua né derivabile. C: N.A. D: è continua e derivabile. E: è continua, ma non derivabile.

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2) (\log(x^2 + 1) - \log x^2)$$

vale

A: $+\infty$ B: N.E. C: N.A. D: 1 E: 0

5. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx$$

vale

A: $\sqrt{2}$ B: $3/2$ C: $5/2$ D: N.A. E: 0

6. Data $f(x) = \sqrt{e^{\cos x}}$. Allora $f'(\frac{\pi}{2})$ è uguale a

A: $\frac{1}{2}$ B: N.A. C: \sqrt{e} D: $-\frac{1}{2}$ E: 1

7. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{1}{2}i^{2010}$ sono

A: $(1, \frac{\pi}{2})$ B:

N.A. C: $(\frac{1}{2}, \pi)$ D: $(2, -\frac{\pi}{2})$ E: $(2, \pi)$

8. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(3x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{18}$ vale

A: $+\frac{1}{3} + 3 \cos(3x) (x - \frac{\pi}{18})$ B: $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} (\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$ C: N.A. D: $3x + \frac{\pi}{18}$ E: $1 + \cos(3x)(x - \frac{\pi}{6})$

9. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$ è

A: iniettiva B: convessa C: derivabile ovunque D: surgettiva E: N.A.

10. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(|x|) < 0\}$$

valgono

A: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

CODICE=425252

Brutta Copia

CODICE=425252

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=776275

PARTE A

1. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=52}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^{1+\alpha}}$$

converge per

- A: N.A. B: $\alpha \geq -1$ C: $\alpha > 0$ D: $-1 < \alpha < 0$ E: $\alpha > -1$

2. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(|x|) < 0\}$$

valgono

- A: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ B: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ C: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$
E: N.A.

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(3x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{18}$ vale

- A: $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$ B: $3x + \frac{\pi}{18}$ C: $+\frac{1}{3} + 3 \cos(3x)(x - \frac{\pi}{18})$ D: N.A. E: $1 + \cos(3x)(x - \frac{\pi}{6})$

4. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{1}{2}i^{2010}$ sono

- A: $(2, -\frac{\pi}{2})$ B: $(1, \frac{\pi}{2})$ C:
N.A. D: $(\frac{1}{2}, \pi)$ E: $(2, \pi)$

5. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$ è

- A: iniettiva B: derivabile ovunque C: N.A. D: surgettiva E: convessa

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2)(\log(x^2 + 1) - \log x^2)$$

vale

- A: N.E. B: 1 C: $+\infty$ D: 0 E: N.A.

7. Data $f(x) = \sqrt{e^{\cos x}}$. Allora $f'(\frac{\pi}{2})$ è uguale a

- A: N.A. B: $-\frac{1}{2}$ C: 1 D: \sqrt{e} E: $\frac{1}{2}$

8. La funzione $f(x) = \begin{cases} x\pi/2 & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

- A: N.A. B: è continua e derivabile. C: è continua, ma non derivabile. D: non è né continua né derivabile. E: è derivabile, ma non continua.

9. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = te^t$ sono

- A: N.A. B: N.E. C: $t \log(t) + c$ D: $t^2 e^{t^2} + c$ E: $e^t(t-1) + c$

10. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx$$

vale

- A: $5/2$ B: $3/2$ C: 0 D: N.A. E: $\sqrt{2}$

CODICE=776275

Brutta Copia

CODICE=776275

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica & Telecomunicazioni
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2011

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=835426

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx$$

vale

A: N.A. B: 0 C: $\sqrt{2}$ D: $5/2$ E: $3/2$

2. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{1}{2}i^{2010}$ sono

A:

N.A. B: $(2, -\frac{\pi}{2})$ C: $(1, \frac{\pi}{2})$ D: $(\frac{1}{2}, \pi)$ E: $(2, \pi)$

3. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x|}$ è

A: convessa B: N.A. C: surgettiva D: derivabile ovunque E: iniettiva

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} x\pi/2 & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: non è né continua né derivabile. B: è continua, ma non derivabile. C: è derivabile, ma non continua. D: è continua e derivabile. E: N.A.

5. Per $t > 0$ le soluzioni dell'equazione differenziale $x'(t) = te^t$ sono

A: N.A. B: $t^2e^{t^2} + c$ C: $t \log(t) + c$ D: N.E. E: $e^t(t-1) + c$

6. La retta tangente al grafico di $y(x) = \cos(3x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{18}$ vale

A: $-\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$ B: $+\frac{1}{3} + 3 \cos(3x)(x - \frac{\pi}{18})$ C: N.A. D: $1 + \cos(3x)(x - \frac{\pi}{6})$ E: $3x + \frac{\pi}{18}$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(|x|) < 0\}$$

valgono

A: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ E: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$

8. Data $f(x) = \sqrt{e^{\cos x}}$. Allora $f'(\frac{\pi}{2})$ è uguale a

A: N.A. B: \sqrt{e} C: $-\frac{1}{2}$ D: $\frac{1}{2}$ E: 1

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2)(\log(x^2 + 1) - \log x^2)$$

vale

A: $+\infty$ B: 0 C: 1 D: N.A. E: N.E.

10. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=52}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^{1+\alpha}}$$

converge per

A: $\alpha > 0$ B: $\alpha \geq -1$ C: N.A. D: $\alpha > -1$ E: $-1 < \alpha < 0$

CODICE=835426

Brutta Copia

CODICE=835426

PARTE B

1. Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, il grafico della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 + a}{ax}\right) \quad \text{per } x > 0.$$

Soluzione: Il dominio D si trova risolvendo $(x^2 + a)(ax) > 0$ che ha come soluzione, per $x > 0$

$$S = \begin{cases} x > 0 & \text{per } a > 0 \\ \{x < -\sqrt{-a}\} \cup \{0 < x < \sqrt{-a}\} & \text{per } a < 0, \end{cases}$$

e dovendo studiare solo il caso $x > 0$ si ha

$$D = \begin{cases} x > 0 & \text{per } a > 0 \\ \{0 < x < \sqrt{-a}\} & \text{per } a < 0, \end{cases}$$

Nel caso $a > 0$ si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

Per studiare la crescenza e decrescenza calcoliamo la derivata prima

$$f'(x) = -\frac{a - x^2}{x^3 + ax}$$

Che per $x > 0$ si annulla solo per $x = \sqrt{a}$. La funzione risulta decrescente per $x < \sqrt{a}$ e raggiunge il minimo assoluto per $x = \sqrt{a}$ e il minimo vale $m = f(\sqrt{a}) = \log\left(\frac{2}{\sqrt{a}}\right)$. Per studiare la convessità calcoliamo la derivata seconda $f''(x) = \frac{-x^4 + 4ax^2 + a^2}{x^2(x^2 + a)^2}$ e la derivata seconda ha lo stesso segno del numeratore che è una biquadratica che si annulla, per $x > 0$, solo per

$$x = \sqrt{\sqrt{5}a + 2a}$$

Nel caso $a < 0$ studiamo i limiti agli estremi del dominio

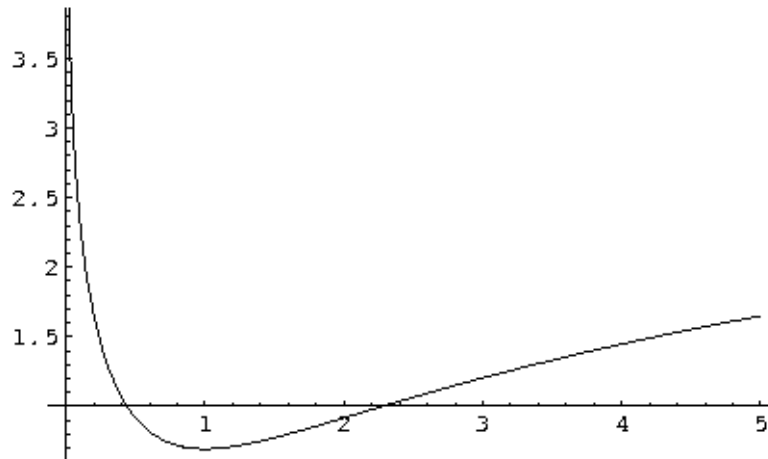


Figura 1: $a = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{-a}^-} f(x) = -\infty.$$

Inoltre studiando la derivata prima ci si accorge che $f'(x) < 0$ per $0 < x < \sqrt{-a}$, quindi la funzione è sempre decrescente. Inoltre dallo studio del segno della derivata seconda la funzione risulta convessa per $x < \sqrt{2a - \sqrt{5a}}$ e concava per $x > \sqrt{2a - \sqrt{5a}}$.

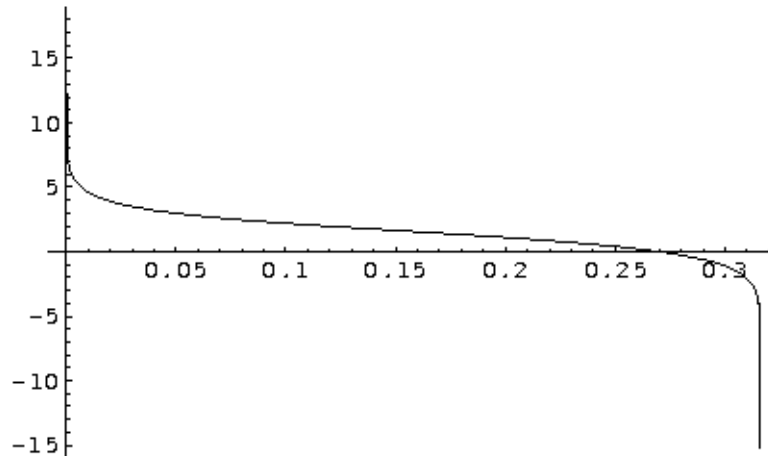


Figura 2: $a = -1$

2. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) + y(t) = t + \cos(t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Le soluzioni della equazione omogenea sono $y = c_1 e^t + c_2 t e^t$. La soluzione particolare va cercata per $f_1 = t$ della forma $y_{f_1} = at + b$, mentre per il termine $f_2 = \cos(t)$ della forma $y_{f_2} = \alpha \cos(t) + \beta \sin(t)$. Svolgendo i calcoli si trova l'integrale generale

$$c_1 e^t + c_2 t e^t + \frac{1}{2}(2t - \sin(t) + 4)$$

e imponendo le condizioni iniziali si trova finalmente

$$y(t) = \frac{1}{2}(3e^t t + 2t - 4e^t - \sin(t) + 4).$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \sin\left(\frac{(-1)^n}{\log(n)}\right)$$

Soluzione: Dato che la funzione seno è dispari osserviamo che

$$\sin\left(\frac{(-1)^n}{\log(n)}\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{1}{\log(n)}\right)$$

CODICE=835426

quindi abbiamo una serie a segni alterni. Inoltre $1/\log(n) < \pi/2$, se $n \geq 2$ e la funzione seno è crescente nell'intervallo $[0, \pi/2]$, e dato che $1/\log(n)$ è decrescente come funzione di n si ha che $\sin\left(\frac{1}{\log(n)}\right)$ risulta decrescente. Dato che $\sin\left(\frac{1}{\log(n)}\right)$ è anche infinitesima, per il criterio sulle serie alterne, la serie converge.

4. Siano z e w numeri complessi di modulo uguale ad uno. Dimostrare che

$$[(z-1)(\bar{w}-1)]^2 \bar{z}w \in \mathbb{R}.$$

Sotto quali ipotesi $[(z-1)(\bar{w}-1)]^2 \bar{z}w$ è un numero strettamente positivo?

(Suggerimento: Cominciare a studiare la quantità $(\alpha-1)^2 \bar{\alpha}$ con $\alpha \in \mathbb{C}$ e $|\alpha| = 1$.)

Soluzione: Se $|\alpha| = 1$ allora $\alpha = e^{i\theta}$ e sostituend otteniamo

$$(\alpha-1)^2 \bar{\alpha} = (e^{i\theta}-1)^2 e^{-i\theta} = e^{i\theta} - 2 + e^{-i\theta} = 2\cos(\theta) - 2 \in \mathbb{R}$$

Il prodotto $[(z-1)(\bar{w}-1)]^2 \bar{z}w$ risulta pertanto non-negativo essendo un quadrato. Si può annullare solo se almeno uno dei due termini si annulla, cioè se $z = 1$ o se $w = 1$, che corrisponde a $\theta = 0$.