

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 luglio 2010

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=478143

PARTE A

1. Per quali b, c la funzione $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{per } x \leq 1 \\ x^2 + bx + c & \text{per } x > 1 \end{cases}$ è derivabile in \mathbb{R} .

A: $(b, c) = (-1, 0)$ B: $(b, c) = (0, 1)$ C: N.A. D: N.E. E: $(b, c) = (-1, 1)$

2. Dato il problema di Cauchy $y'(x) = \frac{y(x)}{x}$ con $y'(1) = 1$. Allora $y'(2)$ vale

A: $1/2$ B: -1 C: N.A. D: 0 E: 1

3. Data $f(x) = \cos(x^2)$. Allora $f^{(IV)}(0)$ è uguale a

A: -12 B: -1 C: 0 D: N.A. E: 1

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \left\{ \alpha \in \mathbb{R} : \sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha+1} < +\infty \right\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-\infty, N.E., -2, N.E.\}$ C: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$ D: $\{-1, N.E., 1, 1\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{e^{4x} - 1}$$

vale

A: N.E. B: $-\frac{3}{4}$ C: 0 D: N.A. E: $\frac{3}{4}$

6. La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \frac{1}{|x|^\pi}$ è

A: iniettiva B: monotona decrescente C: monotona crescente D: limitata E: N.A.

7. Per $k \in \mathbb{R}^+$, la retta tangente al grafico di $y(x) = \sqrt{k + x^2}$ in $x_0 = 0$ vale

A: $-\frac{(\pi k)^2}{4}$ B: N.A. C: $y(x) = \sqrt{k}$ D: $1 + kx$ E: $-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(k))x^2$

8. L'integrale

$$\int_1^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

vale

A: 0 B: $\frac{\log(2)}{2}$ C: $-\frac{\log(2)}{2}$ D: N.A. E: $\log(2) - \log(1)$

9. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^n$$

converge per

A: $x > -\frac{1}{2}$ B: $x > -2$ C: N.A. D: $x < -2$ E: $x \geq -\frac{1}{2}$

10. Gli argomenti di $z = \sqrt[3]{i^2}$ valgono

A: $\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\}$ B: $\{-\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}\}$ C: $\{3\pi, 5\pi, 7\pi\}$ D: $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}\}$ E: N.A.

Brutta copia

CODICE=478143

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 luglio 2010

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=397302

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{e^{4x} - 1}$$

vale

A: N.A. B: $-\frac{3}{4}$ C: 0 D: $\frac{3}{4}$ E: N.E.

2. Dato il problema di Cauchy $y'(x) = \frac{y(x)}{x}$ con $y'(1) = 1$. Allora $y'(2)$ vale

A: 1 B: 1/2 C: -1 D: N.A. E: 0

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{\alpha \in \mathbb{R} : \sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha+1} < +\infty\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{-1, N.E., 1, 1\}$ D: $\{-\infty, N.E., -2, N.E.\}$ E: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$

4. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^n$$

converge per

A: $x < -2$ B: N.A. C: $x > -2$ D: $x \geq -\frac{1}{2}$ E: $x > -\frac{1}{2}$

5. Per quali b, c la funzione $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{per } x \leq 1 \\ x^2 + bx + c & \text{per } x > 1 \end{cases}$ è derivabile in \mathbb{R} .

A: $(b, c) = (-1, 1)$ B: N.E. C: $(b, c) = (0, 1)$ D: N.A. E: $(b, c) = (-1, 0)$

6. L'integrale

$$\int_1^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx$$

vale

A: $\frac{\log(2)}{2}$ B: N.A. C: $\log(2) - \log(1)$ D: $-\frac{\log(2)}{2}$ E: 0

7. Data $f(x) = \cos(x^2)$. Allora $f^{(IV)}(0)$ è uguale a

A: -12 B: 1 C: N.A. D: -1 E: 0

8. La funzione $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \frac{1}{|x|^\pi}$ è

A: limitata B: N.A. C: monotona crescente D: iniettiva E: monotona decrescente

9. Gli argomenti di $z = \sqrt[3]{i^2}$ valgono

A: $\{-\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}\}$ B: $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}\}$ C: $\{3\pi, 5\pi, 7\pi\}$ D: N.A. E: $\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\}$

10. Per $k \in \mathbb{R}^+$, la retta tangente al grafico di $y(x) = \sqrt{k + x^2}$ in $x_0 = 0$ vale

A: $y(x) = \sqrt{k}$ B: $1 + kx$ C: $-\frac{(\pi k)^2}{4}$ D: N.A. E: $-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(k))x^2$

CODICE=397302

Brutta copia

CODICE=397302

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 luglio 2010

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- **Tempo 30 minuti.** Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=500600

PARTE A

1. Per quali b, c la funzione $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{per } x \leq 1 \\ x^2 + bx + c & \text{per } x > 1 \end{cases}$ è derivabile in \mathbb{R} .

A: $(b, c) = (-1, 1)$ B: N.A. C: $(b, c) = (0, 1)$ D: N.E. E: $(b, c) = (-1, 0)$

2. Data $f(x) = \cos(x^2)$. Allora $f^{(IV)}(0)$ è uguale a

A: 0 B: 1 C: N.A. D: -12 E: -1

3. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^n$$

converge per

A: $x > -2$ B: N.A. C: $x < -2$ D: $x > -\frac{1}{2}$ E: $x \geq -\frac{1}{2}$

4. Dato il problema di Cauchy $y'(x) = \frac{y(x)}{x}$ con $y'(1) = 1$. Allora $y'(2)$ vale

A: -1 B: 1/2 C: 1 D: N.A. E: 0

5. Per $k \in \mathbb{R}^+$, la retta tangente al grafico di $y(x) = \sqrt{k+x^2}$ in $x_0 = 0$ vale

A: $y(x) = \sqrt{k}$ B: $-\frac{(\pi k)^2}{4}$ C: $-\frac{1}{2}(1 + \tan^2(k))x^2$ D: N.A. E: $1 + kx$

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{ \alpha \in \mathbb{R} : \sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha+1} < +\infty \}$$

valgono

A: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, 1\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., -2, N.E.\}$

7. Gli argomenti di $z = \sqrt[3]{i^2}$ valgono

A: $\{-\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}\}$ B: $\{3\pi, 5\pi, 7\pi\}$ C: $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}\}$ D: N.A. E: $\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\}$

8. L'integrale

$$\int_1^0 \frac{x}{x^2+1} dx$$

vale

A: 0 B: $\log(2) - \log(1)$ C: $\frac{\log(2)}{2}$ D: $-\frac{\log(2)}{2}$ E: N.A.

9. La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \frac{1}{|x|^\pi}$ è

A: monotona crescente B: iniettiva C: N.A. D: limitata E: monotona decrescente

10. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{e^{4x} - 1}$$

vale

A: 0 B: $-\frac{3}{4}$ C: $\frac{3}{4}$ D: N.A. E: N.E.

Brutta copia

CODICE=500600

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 luglio 2010

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, appunti, manuali.
- Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=263145

PARTE A

1. Dato il problema di Cauchy $y'(x) = \frac{y(x)}{x}$ con $y'(1) = 1$. Allora $y'(2)$ vale
A: 0 B: 1/2 C: 1 D: N.A. E: -1
2. Data $f(x) = \cos(x^2)$. Allora $f^{(IV)}(0)$ è uguale a
A: -12 B: 1 C: N.A. D: 0 E: -1
3. Gli argomenti di $z = \sqrt[3]{i^2}$ valgono
A: $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}\}$ B: N.A. C: $\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\}$ D: $\{-\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}\}$ E: $\{3\pi, 5\pi, 7\pi\}$
4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{\alpha \in \mathbb{R} : \sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha+1} < +\infty\}$$

valgono

- A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, 1\}$ C: $\{-\infty, N.E., -2, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-1, -1, +\infty, N.E.\}$
5. Per $k \in \mathbb{R}^+$, la retta tangente al grafico di $y(x) = \sqrt{k+x^2}$ in $x_0 = 0$ vale
A: N.A. B: $y(x) = \sqrt{k}$ C: $1+kx$ D: $-\frac{1}{2}(1+\tan^2(k))x^2$ E: $-\frac{(\pi k)^2}{4}$

6. L'integrale

$$\int_1^0 \frac{x}{x^2+1} dx$$

vale

- A: 0 B: $\frac{\log(2)}{2}$ C: N.A. D: $\log(2) - \log(1)$ E: $-\frac{\log(2)}{2}$

7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{e^{4x} - 1}$$

vale

- A: 0 B: N.E. C: N.A. D: $-\frac{3}{4}$ E: $\frac{3}{4}$

8. Dato $x \in \mathbb{R}$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^n$$

converge per

- A: $x > -2$ B: $x \geq -\frac{1}{2}$ C: $x > -\frac{1}{2}$ D: N.A. E: $x < -2$
9. Per quali b, c la funzione $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{per } x \leq 1 \\ x^2 + bx + c & \text{per } x > 1 \end{cases}$ è derivabile in \mathbb{R} .
A: N.E. B: N.A. C: $(b, c) = (0, 1)$ D: $(b, c) = (-1, 1)$ E: $(b, c) = (-1, 0)$

10. La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \frac{1}{|x|^\pi}$ è

A: limitata B: monotona decrescente C: iniettiva D: N.A. E: monotona crescente

Brutta copia

CODICE=263145

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 luglio 2010

PARTE B

1. Studiare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^3} = \lambda, \quad \text{per } x \geq 0.$$

Soluzione: Derivata di $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3}$ si annulla per $x = 3 \pm \sqrt{3}$. Il minimo locale è $y_m = \frac{-5+3\sqrt{3}}{(-3+\sqrt{3})^3}$, mentre il massimo locale è $y_M = \frac{5+3\sqrt{3}}{(3+\sqrt{3})^3}$. Inoltre

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

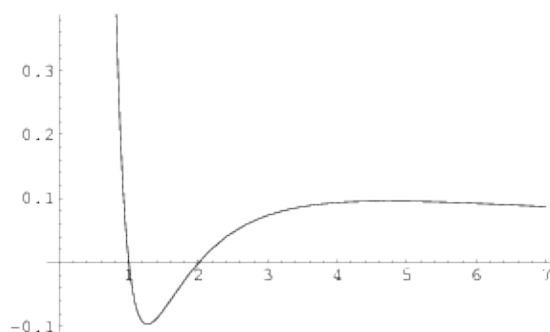


Figura 1: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3}$

Si ha 1 soluzione per $\lambda > y_M$, 2 soluz. per $\lambda = y_M$, 3 soluz. per $\lambda \in]0, y_M[$, 2 soluz. per $\lambda \in]y_m, 0]$, 1 soluz. per $\lambda = y_m$ e nessuna soluz. per $\lambda < y_m$.

2. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(t) + y(t) = e^t \sin(t)$$

Soluzione:

$$y(t) = A \cos(t) + B \sin(t) + \frac{1}{5} e^t \sin(t) - \frac{2}{5} e^t \cos(t)$$

3. Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato e eventualmente calcolarlo

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2(x+1)} dx$$

Soluzione: non converge perchè $\frac{x^2 - x + 1}{x^2(x+1)} = \mathcal{O}(1/x)$ per $x \rightarrow +\infty$

4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Definita

$$\Phi(x) = \int_0^x f(tx) dt$$

Calcolare $\Phi'(x)$. (Sugg. Introdurre il cambio di variabile $tx = y$)

Soluzione: $\Phi'(x) = 2f(x^2) - \frac{1}{x^2} \int_0^{x^2} f(y) dy$