

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Matematica

Data: 12 gennaio 2007

- Tempo 60 minuti.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).
- Indicare la risposta nella apposita maschera ponendo una "X"
- In caso di errore, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.

## PARTE A

1. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $]0, 1] \cup \{2\} \cup [3, 4[$ .  
 A: (N.E., N.E., 4, 4)    B: (0, 0, N.E., N.E.)    C: (0, 4, 0, 4)    D: (0, 4, N.E., N.E.)
2. Calcolare l'immagine di  $f(x) = \sin(\pi x/2)$  per  $x \in [0, 2]$ .  
 A:  $[-\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2]$     B:  $[-1, 0]$     C:  $[-1, 1]$     D:  $[0, 1]$
3. Data  $f(x) = e^{e^x}$ , calcolare  $f'(1)$   
 A: 0    B:  $e^e/e$     C: 1    D:  $e^{e+1}$
4. L'integrale definito  $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-5x+6}$  vale:  
 A:  $\log(3/4)$     B:  $\arctan(4/3)$     C:  $-\log(4/3)$     D:  $\log(4/3)$
5. L'integrale definito  $\int_1^2 \frac{dx}{x^3+x}$  vale:  
 A:  $\log(5/8)/3$     B:  $\log(5/8)/2$     C:  $\log(8/5)/3$     D:  $\log(8/5)/2$
6. Studiare il limite  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2-2x+1)}{x-1}$ .  
 A: -1    B: N.E.    C: 1    D: 0
7. Studiare il limite  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{\cos(\frac{\pi x}{2})}-1}{1-x}$ .  
 A: 0    B: N.E.    C:  $-\pi/2$     D:  $\pi/2$
8. Sia  $x = 5^{10}$  e  $y = 10^5$  allora:  
 A: nessuna delle altre    B:  $x \leq y$     C:  $x < y$     D:  $x \geq y$
9.  $[\binom{6}{3}]^2$  vale:  
 A: 40    B: 200    C: 20    D: 400
10. La funzione  $(x + |x|)^3$  è:  
 A: negativa per  $x < 0$     B: limitata    C: monotona decrescente    D: derivabile
11. Una soluzione di  $x^{(iv)}(t) + 9x''(t) = 9^3 \cos(9t)$  è:  
 A:  $\frac{1}{8} \sin(\sqrt{3}t)$     B:  $\frac{1}{8} \cos(\sqrt{3}t)$     C:  $\frac{1}{8} \sin(9t)$     D:  $\frac{1}{8} \cos(9t)$
12. Il Polinomio di Taylor di grado 2 in  $x_0 = 1$  della funzione  $e^{x^2+\log(x)}$  vale:  
 A:  $e - 3e(x-1) + 5e(x-1)^3$     B:  $e - 3e(x-1) + 5e(x-1)^2$     C:  $e + 3e^{x-1} + 5e^{(x-1)^2}$     D:  
 $e + 3e(x-1) + 5e(x-1)^2$
13. L'integrale  $\int_0^1 t \cos(t) dt$  vale:  
 A:  $\cos(1) - \sin(1) + 1$     B:  $\cos(1) - \sin(1) - 1$     C:  $\cos(x) + \sin(x) - 1$     D:  $\cos(1) + \sin(1) - 1$
14. Il dominio di  $\log(x \log(x))$  è  
 A:  $x > 1/e$     B:  $x < 0$     C:  $x > 0$     D:  $x > 1$
15. L'integrale  $\int_{-\infty}^1 e^{-z^2} dz$  è:  
 A: 0    B: negativo    C:  $+\infty$     D: positivo
16. La derivata di  $\sin\left(\frac{1}{\sqrt{\sin(x)}}\right)$  vale:  
 A:  $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{\sin(x)}}\right) \cos(x)$     B: 0    C:  $-\frac{\cos\left(\frac{1}{\sqrt{\sin(x)}}\right) \cos\left(\frac{1}{\sqrt{\sin(x)}}\right)}{2 \sin^{3/2}(x)}$     D:  $-\frac{\cos\left(\frac{1}{\sqrt{\sin(x)}}\right) \cos(x)}{2 \sin^{3/2}(x)}$

17. Il minimo di  $\sin(\tan(x))$  per  $x \in ]-\pi/2, 0]$  vale:  
 A:  $-\sqrt{2}/2$  B: N.E. C:  $-\infty$  D:  $-1$
18. Sia  $y(x)$  soluzione di  $y'(x) = \sin(x)$  con la condizione iniziale  $y(\pi/2) = 0$ . Allora  $y'(\pi/2)$  vale:  
 A:  $-1$  B: N.E. C:  $0$  D:  $1$

**PARTE B**

19. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è

A:  $3$  B:  $0$  C:  $1$  D:  $2$

20. La matrice inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è

A:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -a & 1 & \\ ab & -b & 1 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} 1 & 1/a & 0 \\ 0 & 1 & 1/b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  C: N.E. D:  $\begin{pmatrix} 1 & -a & ab \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

21. Il numero complesso  $\frac{i^4}{1+i}$  è uguale a

A:  $-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$  B:  $-\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$  C:  $\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$  D:  $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$

22. Il nucleo della applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y - z \\ x + y + w + z \end{pmatrix}$$

A:  $\text{span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \right\rangle$  B:  $\{0\}$  C:  $\text{span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$  D:  $\text{span} \left\langle \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$

23. Il determinante di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ \pi & 1 & 0 \\ \pi^2 & \pi & 1 \end{pmatrix}$  è

A:  $\pi$  B:  $-1$  C:  $0$  D:  $1$

24. Il sistema lineare

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + y + 3z = 4 \\ -3x + 5y + 2z = -19 \end{cases}$$

A: ha 14 soluzioni B: ha soluzione unica C: non ha soluzioni D: ha infinite soluzioni

25. Modulo e argomento di  $(2i)^{10}$  sono

A:  $(1/2^{10}, \pi/2)$  B:  $(2^{10}, \pi/2)$  C:  $(1/2^{10}, \pi)$  D:  $(2^{10}, \pi)$

26. La proiezione di  $(1, 2, 1, 0)$  nella direzione di  $(1, 4, -1, 2)$  è

A:  $(0, 0, 0, 0)$    B:  $\frac{1}{11}(4, 11, -4, 16)$    C:  $-\frac{1}{11}(4, 16, -4, 8)$    D:  $\frac{1}{11}(4, 16, -4, 8)$

27. La applicazione  $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{x+y} \\ y \end{pmatrix}$

A: ha come dominio  $\mathbb{R}^2$    B: è lineare e bigettiva   C: è lineare e iniettiva   D: non è lineare

