

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

# Prova in itinere di Matematica

Pisa, 26 novembre 2005

Numero compito: 121561

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (no matite o penne rosse).

1. Il numero

$$\binom{6}{3}$$

è uguale a **A:** 20 **B:** 2 **C:** 120 **D:** 122

2. Lo sviluppo, col binomio di Newton di  $(1+x)^5$  è

**A:**  $1 + 10x + 5x^2 + 5x^3 + 10x^4 + x^5$  **B:**  $1 - 10x + 5x^2 - 5x^3 + 10x^4 - x^5$

**C:**  $1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$  **D:**  $1 + 5x - 10x^2 + 10x^3 - 5x^4 + x^5$

3.

$$1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

**A:** 5/11 **B:** 12/11 **C:** 11/12 **D:** 11/5

4. Elencare, nell'ordine: sup, inf, max, min dell'insieme  $\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$

**A:** 1, 0, 1, 0 **B:** 1, 0, 1, N.E. **C:** 1, N.E., 1, N.E. **D:** 1, N.E., 1, 0.

5. Determinare l'insieme dei punti di continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ e^x & x < 0 \end{cases}$$

**A:**  $x \neq 0$  **B:**  $\mathbb{R}$  **C:**  $\mathbb{Q}$  **D:**  $x > 0$ .

6. Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+e^x)}{x}$

**A:** N.E. **B:** 0 **C:** 1/2 **D:** 1.

7. Calcolare, per  $x \rightarrow 0$ , limiti destro e sinistro di  $\arctan(1/x)$

**A:**  $\pi/2, -\pi/2$  **B:**  $\pi/2, \pi/2$  **C:**  $-\pi/2, \pi/2$  **D:**  $-\pi/2, -\pi/2$ .

8. Calcolare il minimo assoluto di  $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$

**A:** 2 **B:** -2 **C:** 0 **D:** 1.

9.  $\frac{d}{dx} \cos(\tan(x^2))$  è uguale a:

**A:**  $-\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos(x^2)}$  **B:**  $\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos^2(x^2)}$  **C:**  $-\frac{2x \sin(\tan(x))}{\cos^2(x)}$  **D:**  $-\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos^2(x^2)}$

10. Calcolare

$$\int_0^\pi (x^2 + \sin(x) + e^x) dx$$

**A:**  $1 + e^\pi + \pi^3/3$  **B:**  $-1 + e^\pi + \pi^3/3$  **C:**  $1 + e^\pi + \pi^3/2$  **D:** 0.

11. Il minimo assoluto di  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(n) = |n - 9/2| \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

**A:** 0 **B:** 5 **C:** N.E. **D:** 1/2.

12. Calcolare l'estremo superiore dell'insieme

$$A = \{1 - e^{-x} : x \in \mathbb{R}\}$$

**A:** 1 **B:**  $+\infty$  **C:** 0 **D:** -1.

13. La retta tangente al grafico di  $f(x) = x \sin(x) \tan(x)$  nel punto  $(0, 0)$  è

**A:**  $y = x$    **B:**  $y = \sin(x) x$    **C:**  $y = 0$    **D:**  $y = 2x + 1$ .

14. Calcolare

$$\int_2^3 \frac{1}{x(x-1)} dx$$

**A:**  $\log(5/3)$    **B:**  $\log(3/5)$    **C:**  $\log(4/3)$    **D:** N.E.

15. Determinare una primitiva di  $\frac{1}{x^2+x^3}$

**A:**  $\frac{1}{x} + \arctan(x)$    **B:**  $\frac{1}{x} + \log|x| + \log|x+1|$   
**C:**  $-\frac{1}{x} + \log|x| + \log|x^2|$    **D:**  $-\frac{1}{x} - \log|x| + \log|1+x|$

16. Calcolare la derivata di  $[\arcsin(x^{10})]^2$

**A:**  $\frac{20x^9 \arcsin(x^{10})}{\sqrt{1-x^{20}}}$    **B:**  $\frac{20x^9}{\sqrt{1-x^{20}}}$    **C:**  $\frac{10x^9 \arcsin(x^{10})}{\sqrt{1-x^{20}}}$    **D:**  $\frac{20x^9 \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$ .

17. L'insieme dei punti su cui

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

è derivabile è:

**A:**  $x > 0$    **B:**  $x \neq 0$    **C:**  $\mathbb{R}$    **D:**  $x \leq 0$ .

18. Calcolare  $\int_0^1 x \sin(x) dx$

**A:** 0   **B:**  $-\cos(1) + \sin(1)$    **C:**  $\tan(1)$    **D:**  $2\pi$ .

19. Si consideri la funzione  $f(x) = |x^3|$

**A:** è continua e derivabile in 0   **B:** è continua ma non derivabile in 0  
**C:** è derivabile ma non continua in 0   **D:** non è continua e non è derivabile in 0.

20. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi/2 - \arctan(x))$$

**A:** 0   **B:** 1/2   **C:** 1   **D:** -1.

21. Determinare l'immagine di  $f(x) = 1/\sin(x)$  per  $x \in ]0, \pi[$ .

**A:**  $[-1, 1]$    **B:**  $[1, +\infty[$    **C:**  $]0, 1]$    **D:**  $[-1, 1] \setminus \{0\}$ .

22. Stabilire se la legge  $a_0 = 2$ ,  $a_{n+1} = \log(a_n)$  definisce una successione

**A:** per ogni  $n \in \mathbb{N}$    **B:** per  $n \leq 2$    **C:** per  $n < 2$    **D:** per  $n < 6$ .

23. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin(t^2) dt}{x}$$

**A:** N.E.   **B:** 0   **C:** 1   **D:**  $+\infty$ .

24. Determinare l'immagine di

$$f(x) = x \cdot \log(x) \quad x \in ]0, 1]$$

**A:**  $[-e^{-1}, 0]$    **B:**  $x < 0$    **C:**  $\mathbb{R}^+$    **D:**  $[-e^{-1}, 0[$ .

25. La funzione  $\arctan(1/x)$  è  
**A:** decrescente   **B:** decrescente solo se  $x < 0$    **C:** decrescente solo se  $x > 0$    **D:** decrescente su  $]0, +\infty[$  e su  $] -\infty, 0[$ .
26. Il punto di minimo assoluto di  
$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad x \in [0, 2]$$
  
**A:**  $x = -1$    **B:** N.E.   **C:**  $x = 0$    **D:**  $x = 1$ .
27. Calcolare  $\int_0^1 e^{\cos(x)} \sin(x) dx$   
**A:**  $e + e^{\cos(1)}$    **B:**  $-e + e^{\cos(1)}$    **C:**  $e - e^{\cos(1)}$    **D:**  $-e - e^{\cos(1)}$ .
28. Per quali  $\alpha$  la funzione  $\log(\cos(x))$  è  $O(\sin^\alpha(x))$  per  $x \rightarrow 0$ .  
**A:** -1   **B:** 0   **C:** 2   **D:** 1.
29. Trovare una primitiva di  $\frac{1}{e^x + e^{-x}}$   
**A:**  $e^{2x} - e^x$    **B:**  $1/e^x$    **C:**  $\arctan(e^x)$    **D:**  $\arctan(e^{-x})$
30. Si supponga  $f'(x) < 0 \quad \forall x \in [a, b]$ . Allora  
**A:**  $f$  ha minimo assoluto   **B:**  $f$  ha minimo interno  
**C:**  $f$  non è limitata superiormente   **D:**  $f$  non è limitata.

## Prova in itinere di Matematica

Pisa, 17 dicembre 2005

- **Tempo 1 ora.**
- **Non si possono usare calcolatrici.**
- **Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.**
- **Copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.**
- **Usare solo penne nere o blu (no matite o penne rosse).**

1. Il reciproco del coniugato di  $1 + 2i$  è uguale a

**A:**  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$    **B:**  $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$    **C:**  $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$    **D:**  $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

2. Una radice cubica di  $-i$  è

**A:**  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$    **B:**  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$    **C:**  $-i$    **D:**  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

3. Modulo e argomento di  $2 - 2i$  sono

**A:**  $(\sqrt{8}, 3\pi/4)$    **B:**  $(8, -3\pi/4)$    **C:**  $(\sqrt{8}, \pi/4)$    **D:**  $(\sqrt{8}, -3\pi/4)$

4. Il vettore proiezione di  $(1, 1, 1, 2)$  nella direzione di  $(0, 1, 1, 1)$  è

**A:**  $(0, 4/3, 4/3, 4/3)$    **B:**  $(0, 3/4, 3/4, 3/4)$    **C:**  $(4/3, 0, 0, 0)$    **D:**  $(0, 4/\sqrt{3}, 4/\sqrt{3}, 4/\sqrt{3})$

5. La dimensione dello spazio generato da  $v_1 = (1, 1, 0)$   $v_2 = (1, 1, 1)$   $v_3 = (2, 1, 1)$  è uguale a

**A:** 0   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

6. Utilizzando il metodo di Gauss dire se il sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ x - z = 1 \end{cases}$$

**A:** ha soluzione unica   **B:** è impossibile   **C:** è indeterminato   **D:** ha soluzione nulla.

7. Determinare tutte le soluzioni di

$$x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**A:**  $(2, 1 - 2t, t)$    **B:**  $(2, 1, 0)$    **C:**  $(2 - t, 1 - 2t, t)$    **D:**  $(0, -5, 2)$ .

8. Date le matrici  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  il prodotto  $AB$  è uguale a

**A:**  $\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}$    **B:**  $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$    **C:**  $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$    **D:** N.E.

9. La matrice inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  è uguale a:

**A:**  $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$    **B:**  $\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 3/2 & -2 \end{pmatrix}$    **C:** N.E.   **D:**  $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

10. Data  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  il prodotto  $AA^T$  è uguale a

**A:**  $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 8 \\ 7 & 10 & 11 \\ 8 & 11 & 13 \end{pmatrix}$    **B:**  $\begin{pmatrix} 6 & 11 \\ 11 & 22 \end{pmatrix}$    **C:**  $\begin{pmatrix} 7 & 10 & 11 \\ 5 & 7 & 8 \\ 8 & 11 & 13 \end{pmatrix}$    **D:**  $\begin{pmatrix} 10 & 7 & 11 \\ 7 & 5 & 8 \\ 11 & 8 & 13 \end{pmatrix}$

11. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$  è uguale a

**A:** N.E.   **B:** 5   **C:** 0   **D:**  $1/2$ .

12. La dimensione del nucleo di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$  è uguale a

**A:** 0   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

13. Le soluzioni della equazione  $x''(t) - 2x'(t) + x(t) = t$  sono

**A:**  $c_1 e^t + c_2 e^{-t}$    **B:**  $c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t} + (t^2)/2$    **C:**  $c_1 e^t + c_2 t e^t + t + 2$    **D:**  $c_1 e^t + c_2 e^{-t} + t + 2$

14. Le soluzioni della equazione  $x''(t) - 2x'(t) + x(t) = e^t$  sono

**A:**  $c_1 e^t + c_2 e^{-t} + t^2 e^t$    **B:**  $c_1 e^t + c_2 t e^t + t^2 e^t$    **C:**  $c_1 e^{-t} + c_2 t e^{-t} + t^2 e^t$    **D:**  $c_1 e^t + c_2 t e^t + t^2 e^t / 2$

15. La soluzione del problema di Cauchy  $x''(t) - x(t) = t$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 0$  è

**A:**  $\frac{e^t}{2} - \frac{t}{2} + \frac{1}{2}$    **B:**  $e^t + t$    **C:**  $e^t - t$    **D:**  $t - e^t$

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

# Prova di Matematica

Pisa, 13 gennaio 2005

Numero compito: 462131

- Tempo: 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Ricordarsi di segnare le risposte sul foglio di consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

## Parte A

- Lo sviluppo, col binomio di Newton di  $(1 - z)^4$  è  
**A:**  $1 - 4z - 6z^2 - 4z^3 + z^4$    **B:**  $1 + 4z + 6z^2 + 4z^3 + z^4$   
**C:**  $1 - 4z + 6z^2 - 4z^3 + z^4$    **D:**  $-1 + 4z - 6z^2 + 4z^3 - z^4$
- Elencare, nell'ordine: inf, sup, min, max dell'insieme  $\{(1 + (-1)^n)^{\frac{n-1}{n}}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$   
**A:** 0, 2, 0, N.E.   **B:** 0, 3/2, 0, 3/2.   **C:** 0, 2, 0, 2.   **D:** 0, 3/2, N.E., 3/2.
- Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ \sin(\pi + x) & x < 0 \end{cases}$$

- A:**  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$    **B:**  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$    **C:**  $\mathbb{Q}$    **D:**  $(x \neq 0, x \neq 0)$ .
- Dire per quali  $\alpha$  il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(e^x + 1)}{x^\alpha}$  è finito e diverso da zero.  
**A:**  $\alpha \geq 1$    **B:**  $\alpha = 1$    **C:**  $\alpha < 0$    **D:**  $\alpha \neq 0$ .
  - Calcolare il minimo assoluto di  $f(x) = |x^2 + 2x + 3|$   
**A:** N.E.   **B:** -2   **C:** 0   **D:** 2.
  - $\frac{d}{dx} \log(\tan(x^2))$  è uguale a:  
**A:**  $\frac{2x}{\sin(x^2) \cos(x^2)}$    **B:**  $\frac{2x}{\tan(x^2) \cos(x^2)}$    **C:**  $\frac{2x}{\tan^2(x^2) \cos^2(x^2)}$    **D:**  $-\frac{2x(1+\tan(x^2))}{\tan(x^2)}$
  - Calcolare  
$$\int_1^e \log(2x) dx$$
  
**A:**  $1 + (e + 1) \log(2)$    **B:** N.E.   **C:**  $1 + (e - 1) \log(2)$    **D:** 0.
  - La funzione  $\sin^2(x)$  sull'intervallo  $[-1/2, 1/2]$  è  
**A:** convessa   **B:** concava   **C:** ha un flesso   **D:** non derivabile.
  - La retta tangente al grafico di  $y(x) = 2(e^{x^2} + x)$  nel punto  $(1, 2(1 + e))$  è  
**A:**  $y = 2(1 + e) + (4e + 2)(x - 1)$    **B:**  $y = 2e + 2(e + 1)(x - 1)$   
**C:**  $y - 2(1 + e) = (4e + 2)(x - 1)^2$    **D:**  $y = 2 + 2e$ .
  - Calcolare  
$$\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$$
  
**A:**  $\log(5/3)$    **B:**  $\log(4/3)$    **C:**  $\log(3/3)$    **D:**  $-\log(5/3)$ .
  - Le soluzioni della equazione  $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = t + e^t$  sono  
**A:**  $c_1 t e^{2t} + c_2 e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$    **B:**  $c_1 t e^{2t} + c_2 e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$   
**C:**  $c_1 e^{-2t} + c_2 e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$    **D:**  $c_1 e^{-2t} + c_2 e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$ .
  - Calcolare la derivata di  $x^{x/\log(x)}$   
**A:**  $\frac{x^{x/\log(x)-1}}{\log^2(x)}$    **B:**  $e^x$    **C:**  $\frac{x^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$    **D:**  $\frac{(x-1)^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$ .

13. Una soluzione della equazione  $x'(t) = tx(t)$  è  
**A:**  $e^{t^2/2}$    **B:**  $e^{-t} + te^t$    **C:**  $e^{t^2/2} + e^{-t^2/2}$    **D:**  $e^{t+t^2}$ .

14. Quante soluzioni ha l'equazione  $e^x + x = 1$ ?  
**A:** nessuna   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

15. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

è uguale a

**A:**  $2 + \pi/2$    **B:**  $2 - \pi/2$    **C:** 0   **D:**  $\pi/4$ .

16. Le soluzioni di  $x'(t) + x(t) = t^2$  sono

**A:**  $ce^{-t} + t^2 - 2t + 2$    **B:**  $ce^t + t^2 - 2t + 2$    **C:**  $ce^{-t} + t^2 + 2t - 2$    **D:**  $ce^t + t^2 + 2t + 2$ .

17. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{2+x^2} dx$$

**A:** esiste finito   **B:**  $+\infty$    **C:** N.E.   **D:**  $-\infty$ .

18. La funzione da  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = x^3 - x^2$  è

**A:** iniettiva   **B:** suriettiva   **C:** biiettiva   **D:** limitata.

## Parte B

19. Determinare la proiezione di  $(1, 1, 2, 1)$  nella direzione di  $(0, 1, 1, 2)$

**A:**  $(0, 5/6, 5/6, 5/3)$    **B:**  $(0, 5/3, 5/3, 5/6)$    **C:**  $(1/6, 1/6, 5/3, 1/6)$    **D:**  $(1/6, 1/6, 1/6, 5/3)$ .

20. Modulo e argomento di  $-4 - 4i$  sono

**A:**  $(4\sqrt{2}, 3\pi/4)$    **B:**  $(4\sqrt{2}, \pi/4)$    **C:**  $(4\sqrt{2}, -3\pi/4)$    **D:**  $(4\sqrt{2}, -\pi/3)$

21. La dimensione dello spazio generato da  $v_1 = (1, 0, 0, 1)$   $v_2 = (2, 8, 0, 0)$   $v_3 = (2, 3, 4, 5)$  è uguale a

**A:** 0   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

22. Calcolare (con Laplace) il determinante di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  **A:** 0   **B:** 1   **C:** -1   **D:** 2.

23. La matrice inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  è uguale a:

**A:**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$    **B:**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3/2 \end{pmatrix}$    **C:** N.E.   **D:**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

24. La dimensione del nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x + y + z \\ y - z \end{pmatrix}$  è uguale a

**A:** 0   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

25. Una base dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  è

**A:**  $v_1 = (0, 1, 2, 4), v_2 = (0, 2, 4, 8)$    **B:**  $v_1 = (0, 2, 4, 8), v_2 = (2, 1, 3, 0),$

**C:**  $v_1 = (4, 3, 8, 4)$    **D:**  $v_1 = (0, 2, 4, 8), v_2 = (2, 1, 3, 0), v_3 = (4, 3, 8, 4).$

26. Le soluzioni di

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = (2, 6, 10)$$

sono

**A:**  $(2, 0)$    **B:**  $(2, t + 1)$    **C:**  $(t - 3, 2)$    **D:**  $(0, 2).$

27. Il numero  $\frac{1+2i}{3-2i}$  è uguale a

**A:**  $-\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$    **B:**  $\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$    **C:**  $-\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$    **D:**  $\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova scritta di Matematica

Pisa, 30 gennaio 2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 970474**

## PARTE A

1. La retta tangente al grafico di  $y(x) = e^{\sin(x)}$  nel punto  $(0, 1)$  è  
A:  $y = 1 - x$    B:  $y = 1 + x + x^2/2$    C:  $y = 1 + e^{\sin(1)}(x - 1)$    D:  $y = 1 + x$

2. La funzione  $f(x) = e^x - x$  è  
A: limitata superiormente   B: suriettiva.   C: iniettiva   D: limitata inferiormente

3. Calcolare

$$\int_{-1/2}^0 \arctan(2x) dx$$

- A: 0   B:  $\frac{\log(4) - \pi}{8}$    C: N.E.   D:  $1 + (e - 1) \log(2)$

4. Dire per quali  $\alpha$  il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^\alpha}{\log(\cos(x))}$  è finito e diverso da zero.

- A:  $\alpha \neq 0$ .   B:  $\alpha = 2$    C:  $\alpha < 0$    D:  $\alpha \geq 2$

5. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \geq 0 \\ 2 - x^2 & x < 0 \end{cases}$$

- A:  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$    B:  $(x \neq 0, x \neq 0)$    C:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$    D:  $(x \neq 0, \mathbb{R})$

6. L'immagine della funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 4}$  è

- A:  $]0, +\infty[$    B:  $] - \infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$    C:  $\mathbb{R}$    D:  $x \geq 0$

7. L'integrale

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin(x+1)}{\sqrt{x}(x+1)} dx \quad \text{è}$$

- A: 0   B:  $+\infty$    C: finito e positivo   D: finito e negativo

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) - x}{e^{[1+\log(x)]}}$$

è uguale a:

- A:  $-1/e$    B: 0   C:  $+\infty$    D: N.E.

9. Le soluzioni della equazione  $x''(t) - 5x'(t) + 6x(t) = 6t - 5 + e^{3t}$  sono

- A:  $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + t e^{3t} + t$    B:  $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + t^2 e^{3t} - t$    C:  $c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} + t e^{3t} + t$    D:  $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + 2t e^{3t} - t$ .

10. Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} x \sin(2x) dx$$

- A:  $-\frac{1}{4}$    B: N.E.   C:  $\frac{1}{4}$    D: 0

11. Calcolare il massimo assoluto di  $f(x) = -| -x^2 + 4x - 3|$

- A: 0   B: -1   C: N.E.   D: 1

12. Sia  $f(x) = \sin(x^3)$ , allora  $f'''(0)$  è uguale a

- A: 3   B: 6   C: 0   D: N.E.

13. Determinare inf, sup, min e max della funzione  $f(x) = \sin^2(1/x)$  sull'intervallo  $]0, +\infty[$   
 A:  $(0, +\infty, 0, \text{N.E.})$  B:  $(0, 1, 0, 1)$  C:  $(0, +\infty, 0, +\infty)$  D:  $(-1, 1, -1, 1)$
14. Una soluzione della equazione  $x'(t) = 2t(1 + [x(t)]^2)$  è  
 A:  $\tan(t^2)$  B:  $\arctan(t^2)$  C:  $\sin(t^2)$  D:  $\arcsin(t^2)$ .
15. Dati  $x = 3^6$  e  $y = 2^7$  allora  
 A:  $x \cdot y$  è divisibile per 5 B:  $x \geq y$  C:  $x < y$  D:  $x = y + 2$
16. Calcolare il limite  

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 + \pi x)^{1/(2x)}$$
 A:  $e^{\pi^2}$  B:  $e^{\sqrt{\pi}}$  C:  $-\infty$  D:  $e^{\pi/2}$
17. Quante soluzioni ha l'equazione  $\tan(x) + e^x = \pi/2$  nell'intervallo  $] -\pi/2, \pi/2[$ ?  
 A: 3 B: nessuna C: 1 D: infinite
18. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sin(x)]^x$  è uguale a  
 A: 0 B: 1 C: e D:  $+\infty$

### PARTE B

19. Calcolare il determinante di  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 10 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$   
 A: 0 B: 280 C: -280 D: 140
20. La matrice inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è uguale a:  
 A:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -2 & 3/2 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  D: N.E.
21. Modulo e argomento di  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  sono  
 A:  $(1, 5\pi/6)$  B:  $(\sqrt{2}, -5\pi/6)$  C:  $(1, -5\pi/6)$  D:  $(\sqrt{2}, 5\pi/6)$
22. La dimensione dello spazio generato da  $v_1 = (4, 3, 6, 2)$   $v_2 = (0, 0, 2, 20)$   $v_3 = (1, 0, 0, 3)$  è uguale a  
 A: 3 B: 4 C: 2 D: 1
23. Sia  $e_i, i = 1, 2, 3, 4$ , la base canonica di  $\mathbb{R}^4$ , il prodotto scalare  $\langle e_1, e_2 + e_4 + e_4 \rangle$  è uguale a  
 A: 4 B: 0 C:  $(0, 0, 0, 0)$  D: 1
24. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x + y \\ x + 2y + z \end{pmatrix}$  è uguale a  
 A:  $\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$  B:  $\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ . C:  $\begin{pmatrix} t \\ -t \\ t \end{pmatrix}$  D:  $\begin{pmatrix} t - s \\ t \\ t \end{pmatrix}$

25. Dati  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$  le soluzioni del sistema

$$A^T v = b$$

sono

$$\text{A: } v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{B: } \text{span} \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle. \quad \text{C: } v = \begin{pmatrix} 2+t \\ 1-t \\ 3t \end{pmatrix} \quad \text{D: N.E.}$$

26. La dimensione dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

è

A: 4    B: 1    C: 2    D: 3

27. Il numero  $\frac{6i}{(1+i)^2}$  è uguale a

A:  $-\frac{9}{25} - \frac{12}{25}i$     B:  $\frac{9}{25} - \frac{12}{25}i$     C: 3    D:  $3i$

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova scritta di Matematica

13-Febbraio-2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 101991**

## PARTE A

1. Sia  $f(x) = \log(1 + x^2)$ , allora  $f''(0)$  è uguale a

A:  $-\frac{2(x^2-2)}{(1+x^2)^2}$    B: 2   C: -2   D: 0

2. Qual'è l'immagine della funzione  $f(x) = \log(x) - x$  per  $x \in [1, 2]$

A:  $] - \infty, -1]$    B:  $[0, +\infty[$    C:  $[\log(2) - 2, -1]$    D:  $[\log(2), 1]$

3. Il limite  $\lim_{y \rightarrow 1^-} \sin(y)$  è uguale a

A:  $\sin(\pi/180)$    B:  $\pi/180$    C:  $1 \cdot \cos(1)$    D:  $\sin(1)$

4.  $1/(0.001)$  è uguale a?

A: 100   B:  $10^3$    C:  $10^{-2}$    D:  $0, \bar{9}$

5. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $]0, 1]$

A: (0,1,0,1)   B: (0,1,N.E.,N.E.)   C: (0,1,N.E.,1)   D: (0,1,0,N.E.)

6. Per quali  $x \in \mathbb{R}$  si ha  $(x - 1)^2 < x$

A:  $x \geq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$    B:  $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$    C:  $\frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$    D:  $x > 5\sqrt{5}$

7.

$$\int_{-2}^0 x e^{-x} dx$$

A: 0   B:  $-1 + 3/e^2$    C:  $1 + e^2$    D:  $-1 - e^2$

8. La funzione  $f(x) = 3x^3 - 4x$  ha minimo locale in

A:  $x = 2/3$    B: N.E.   C:  $x = -16/9$    D:  $x = \pm 2/3$

9. L'integrale

$$\int_0^{\infty} -e^{-x^3} dx$$

A:  $+\infty$    B: è uguale a  $\sqrt{\pi}/2$    C:  $-\infty$    D: è finito e negativo

10. Calcolare

$$\int_1^2 (x + 1) \log(x) dx$$

A:  $\log(16) + 9/4$    B:  $5\pi^2 \log(\pi)$    C: N.E.   D:  $\log(16) - 7/4$

11. La funzione  $f(x) = \sqrt{\tan(x)}$  è

A: iniettiva   B: suriettiva   C: monotona crescente   D: continua e derivabile per  $x \neq k\pi$

12. Quante soluzioni positive ha l'equazione  $e^x = 1/x^2$

A: nessuna   B: 1   C: infinite   D: 2

13. Le soluzioni della equazione  $x''(t) + 4x(t) = \sin(2t)$  sono

A:  $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) - [t \cos(2t)]/4$    B:  $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) - [t \sin(2t)]/4$    C:  $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{2t} - [t \cos(2t)]/4 + [t \sin(2t)]/4$    D:  $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{2t} - [t \cos(2t)]/4 - [t \sin(2t)]/4$

14. La retta tangente al grafico di  $y(x) = [\cos(x)]^{2 \sin(x)}$  nel punto (0, 1) è

A:  $y = 1 - x^3/2$    B:  $y = 1$    C:  $y = 1 + x$    D:  $y = -\cos(1)x + 1$

15. Sia  $y(x)$  l'unica soluzione di  $y'(x) = (x+1)(4y+1)$  con la condizione iniziale  $y(0) = 1$ . Allora  $y'(0)$  è uguale a

A: 3   B: 5   C: 4   D: 2

16. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x^3) & x \geq 0 \\ x(x^2 - 1) & x < 0 \end{cases}$$

A:  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$    B:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$    C:  $(x \neq 0, x \neq 0)$    D:  $(x \neq 0, \mathbb{R})$

17. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3^{x^2} - 1}{\sin^2(x)}$$

A:  $\sin(3e)$    B:  $-\infty$    C:  $\log(3)$    D:  $e^{\log(3)}$

18. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(x) - x^2}{x^\alpha}$$

è finito e diverso da zero per:

A:  $\alpha \leq 4$    B:  $\alpha \geq 2$    C:  $\alpha = 2$    D:  $\alpha = 4$

### PARTE B

19. Parte reale e immaginaria del numero  $(1+i)(6-2i)^{-1}$  sono

A:  $\frac{12}{10} + \frac{i}{15}$    B:  $\frac{12}{10} - \frac{i}{15}$    C:  $\frac{1}{10} - \frac{2i}{10}$    D:  $\frac{1}{10} + \frac{i}{5}$

20. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ w \\ x + y - 2w + z \end{pmatrix}$  è

A:  $\text{span}\langle (1, 0, 0, -1), (1, 1, 0, 0) \rangle$    B:  $\{0\}$    C:  $\text{span}\langle (1, 0, 0, -1) \rangle$    D:  $(t, t, 0, t+s)$   $t, s \in \mathbb{R}$

21. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  è

A: 1   B: 2   C: 4   D: 3

22. Date  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ , le soluzioni del sistema

$$AB \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sono

A:  $(-17/10 + t, 16/10)$   $t \in \mathbb{R}$    B:  $(-17/10, 16/10)$    C: N.E.   D:  $(-17/10, 16/5)$   $t \in \mathbb{R}$

23. Modulo e argomento del numero complesso  $(1+i)e^{i\pi/2}$  sono

A:  $(\sqrt{2}e^{\pi}, 3\pi/4)$    B:  $(\sqrt{2}, -3\pi/4)$    C:  $(e\sqrt{2}, -3\pi/4)$    D:  $(\sqrt{2}, 3\pi/4)$

24. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 0   B: 1   C: -1   D: 2

25. Sia  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$  definito da  $v_i = i$ . Allora  $\|v\|^2$  è uguale a

A: 30   B: 6   C: -12   D: 14

26. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 4 \\ 6 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A: ha soluzioni tutte di norma 1   B: ha una unica soluzione   C: ha infinite soluzioni   D: non ha soluzione

27. Sia  $w = (1, 3, 5)$ . La funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = e^{\langle w, v \rangle}$$

A: è lineare e suriettiva   B: è lineare biiettiva   C: è lineare e iniettiva   D: non è lineare

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova scritta di Matematica

Data: 1-giugno-2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 628391**

## PARTE A

1. Per quali  $x \in \mathbb{R}$  si ha che  $\sqrt{x-1} \leq x$ ?

A:  $x \geq 1$    B:  $\emptyset$    C:  $\mathbb{R}$    D:  $x < 1$

2. Sia  $f(x) = \sin(e^x)$ . Allora  $f''(0)$  è uguale a?

A:  $e^x \cos(x) - \sin(x)$    B:  $\cos(1) - \sin(1)$    C:  $\cos(1) + \sin(1)$    D:  $\tan(1)$

3.

$$\int_0^{\pi/2} 2xe^{2x}$$

A:  $0.5(1 + e^\pi(\pi + 1))$    B:  $0.5(1 + e^\pi(\pi - 1))$    C:  $0.5(1 - e^\pi(\pi + 1))$    D:  $0.5(1 - e^\pi(\pi - 1))$

4. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $1/x$ ,  $x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

A:  $(0, +\infty, N.E., N.E)$    B:  $(0, +\infty, 0, N.E)$    C:  $(-\infty, 0, 0., N.E)$    D:  $(-\infty, +\infty, N.E., N.E)$

5. Il dominio della funzione  $f(x) = \tan(\sin(x))$  è?

A:  $] - \pi/2, \pi/2[$    B:  $\mathbb{R}$    C:  $x \neq k\pi/2$    D:  $x \geq 0$

6. Qual'è l'immagine della funzione  $f(x) = x^{2x}$  per  $x \in [1, 2]$ ?

A:  $[1, +\infty[$    B:  $[1/2, 2]$    C:  $[1, 16]$    D:  $] - 1, 0]$

7. La funzione  $f(x) = e^{x-\log(x)}$  ha minimo locale in

A: 1   B: 0   C: N.E.   D:  $-1/4$

8. Il limite  $\lim_{z \rightarrow 2^-} \cos(\pi z/6)$  è uguale a

A:  $1/\sqrt{2}$    B:  $1/2$    C: N.E.   D:  $\sqrt{3}/2$

9. L'integrale

$$\int_{-2}^{-1} x^2 e^{x^3} dx$$

A:  $e^{-1} - 4e^{-2}$    B:  $\frac{3e^2}{3-e^2}$    C:  $\frac{e^{-8}}{2+\sin(-1)}$    D:  $\frac{e^7-1}{3e^8}$

10. Le soluzioni della equazione  $x''(t) + 3x(t) = \sin(3t)$  sono

A:  $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) - \sin(3t)/6$    B:  $c_1 e^{\sqrt{3}t} + e^{-\sqrt{3}t} - \sin(3t)/6$    C:  $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) - \frac{t}{2\sqrt{3}} \cos(\sqrt{3}t)$    D:  $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) + \sin(3t)/6$

11. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x-1) & x \leq 1 \\ \log(x) & x > 1 \end{cases}$$

A:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$    B:  $(x \neq 1, x \neq 1)$    C:  $(\mathbb{R}, x \neq 1)$    D:  $(x \neq 1, \mathbb{R})$

12. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\beta}{2 + \cos(x)}$$

è uguale a zero per

A:  $\beta < 0$    B:  $\beta \leq 0$    C:  $\beta \geq 1$    D:  $\beta > 1$

13. Sia  $y(x)$  l'unica soluzione di  $y'(x) = \pi y(x)$  con la condizione iniziale  $y(0) = 1$ .

A:  $y(x)$  è sempre positiva   B:  $y(x)$  è limitata   C:  $y(x)$  non è derivabile in  $x = 0$    D:  $y(x)$  si annulla in almeno un punto.

14. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx$$

A: vale  $\pi^2/6$    B:  $+\infty$    C:  $-\infty$    D: è finito e positivo

15. La funzione  $f(x) = e^{\log(2x)}$

A: è monotona crescente   B:  $f(-1) = -2$    C: è limitata superiormente   D: è integrabile su  $[0, +\infty[$

16. Quante soluzioni ha l'equazione  $e^x = x + 1$

A: 0   B: infinite   C: 2   D: 1

17. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 \sin(10x) - 1}{\cos(x) + 2x^2 - 3x^3}$$

A:  $+2/3$    B:  $3/2$    C:  $-3/2$    D:  $-2/3$

18. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(e^{x^2})$  nel punto  $(0, \sin(1))$  è

A:  $y = 1 - \sin(1)x$    B:  $y = \sin(1) + \cos(1)x$    C:  $y = \sin(1)$    D:  $y = 1 + \sin(1)x$

### PARTE B

19. Parte reale e immaginaria del numero  $(2 + 2i)(6 - 2i)^{-1}$  sono

A:  $\frac{1}{5} + \frac{2i}{5}$    B:  $\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$    C:  $\frac{1}{10} + \frac{i}{5}$    D:  $\frac{1}{10} - \frac{2i}{10}$

20. Modulo e argomento del numero complesso  $\sqrt{3} - i$  sono

A:  $(2, \pi/6)$    B:  $(2, -\pi/6)$    C:  $(2, \pi/3)$    D:  $(\sqrt{2}, \pi/6)$

21. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y + 3w + z \\ x + w + z \\ 4y + 4w + z \end{pmatrix}$  è

A:  $\text{span}\langle (1, 1, -1, 0) \rangle$    B:  $\text{span}\langle (1, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1) \rangle$    C:  $(t, s, t + s, 0) \ t, s \in \mathbb{R}$    D:  $\{0\}$

22. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 1   B: 4   C: 2   D: 3

23. Dati  $v = (1, 2)$ , e  $w = (1, 1)$  le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} (x, y)v^T = 1 \\ (x, y)w^T = 0 \end{cases}$$

sono

A:  $(x, y) = (t - 1, t + 1) \ t \in \mathbb{R}$    B:  $(x, y) = (-1, 1)$    C: N.E.   D:  $(x, y) = (-t, 1) \ t \in \mathbb{R}$

24. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: -1   B: 1   C: 0   D: 2

25. Sia  $w = (1, 3, 5)$ . La funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = \langle w, 2v \rangle$$

A: è lineare    B: non è lineare    C: non è lineare ma è iniettiva    D: è iniettiva

26. Sia  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$  definito da  $v_k = \sqrt{k+1}$ . Allora  $\|v\|^2$  è uguale a

A: 1    B: 14    C:  $\sqrt{14}$     D: -14

27. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A: non ha soluzione    B: ha infinite soluzioni    C: ha una soluzione di norma 1    D: ha infinite soluzioni tutte di norma 1

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 333060**

## PARTE A

1. Una primitiva di  $\frac{\arctan^2 x}{1+x^2}$  è  
 A:  $\frac{1}{3} \arctan^3 x + 1$     B:  $\arctan^2 x + 1$     C:  $2 \arctan x$     D:  $(\frac{1}{1+x^2})^2$
2. Il numero  $1 - \sqrt{2}$   
 A: è positivo    B: è irrazionale    C: ha quadrato negativo    D: è razionale
3. Una primitiva di  $\frac{1}{x+x^3}$  è  
 A:  $\arctan |x|$     B:  $\lg |x| - \frac{1}{2} \lg(1+x^2)$     C:  $1/x + \lg |x|$     D:  $\lg |x| - \arctan x$
4. Quale, dei punti indicati nelle risposte, è interno a  $]0, 3] \cup \{1\} \cup ]-2, -3/2]$  ?  
 A:  $-1$     B:  $3$     C:  $2$     D:  $0$
5. Calcolare  $\int_0^{\pi/4} e^x \sin x$   
 A:  $0$     B:  $e$     C:  $1/2$     D:  $e^{\pi/2}$
6. La funzione  $\sqrt{x^2 + 2x + 2}$   
 A: è limitata superiormente    B: ha minimo assoluto    C: è limitata    D: è crescente
7. Determinare sup, inf, max, min di  $]0, 3] \cup ]1, -2, -3/2]$   
 A:  $3, -2, 3, -2$     B:  $3, -2, 3, N.E.$     C:  $3, -2, N.E, N.E.$     D:  $3, -1, N.E, N.E$
8. La funzione  $f(x) = \sin^2 x$  è  
 A: crescente su  $[-10\pi, 10\pi]$     B: convessa su  $\mathbb{R}$     C: convessa su  $[-\pi/4, \pi/4]$     D: concava su  $\mathbb{R}$
9. La funzione
 
$$f(x) = \begin{cases} x^x & x > 0 \\ \sin(x)/x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$
 in  $x = 0$   
 A: è discontinua, ma convergente    B: è continua    C: i limiti destro e sinistro esistono finiti, ma sono diversi    D: almeno uno dei limiti destro o sinistro è infinito o non esiste
10. Quante soluzioni ha l'equazione  $\lg x = \frac{x}{2}$ ?  
 A: infinite    B:  $2$     C:  $1$     D: nessuna
11. Il polinomio di Taylor di grado 2 in  $x_0 = 0$  della funzione  $f(x) = \sin^2 x$  vale  
 A:  $x^2$     B:  $1 + x$     C:  $x + x^2$     D:  $x + \frac{x^2}{6}$
12. La funzione  $e^{x^3}$   
 A: è integrabile su  $\mathbb{R}^-$     B: è integrabile su  $\mathbb{R}$     C: non è integrabile su nessun intervallo illimitato  
 D: è integrabile su  $\mathbb{R}^+$
13. La retta tangente al grafico di  $f(x) = \sin(\cos x)$  in  $x_0 = 0$  è  
 A:  $y = 1$     B:  $y = 1 + x$     C:  $y = \sin(1)$   
 D:  $y = 1 + x^2$
14. La funzione  $1/\sin x$  è  
 A: decrescente su  $[-1, 0[ \cup ]0, 1]$     B: decrescente su  $]0, 1]$     C: limitata    D: decrescente su  $[-1, 1]$
15. L'insieme delle soluzioni di  $x''' - x = 0$  è  
 A:  $c_1 e^t + c_2 e^{-t/2} \cos(t\sqrt{3}/2) + c_3 e^{-t/2} \sin(t\sqrt{3}/2)$     B:  $c_1 e^t$     C:  $c_1 + c_2 e^t$     D:  $c_1 e^t + c_2 t e^t + c_3 t^2 e^t$

16. L'insieme delle soluzioni di  $\sqrt{x-1} > \sqrt{x-2}$

A:  $x > 1$  B:  $x \geq 2$  C:  $x > 2$  D:  $\mathbb{R}$

17. Determinare  $\alpha$  in modo che

$$\frac{\lg^\alpha(x+1)}{1-\cos x}$$

converga ad un limite finito e diverso da zero per  $x \rightarrow 0$

A:  $-1$  B:  $2$  C:  $1$  D:  $0$

18. L'insieme delle soluzioni di  $x''' + 2x' = t$  è

A:  $c_1 + c_2 e^{it} + c_3 e^{-it} + t$  B:  $c_1 e^{i\sqrt{2}t} + c_2 e^{-i\sqrt{2}t} + t^2/2$  C:  $c_1 + c_2 \cos(t\sqrt{2}) + c_3 \sin(t\sqrt{2}) + \frac{1}{4}t^2$   
D:  $c_1 + c_2 e^{-i\sqrt{2}t} + t^2$

## PARTE B

19. La lunghezza del vettore proiezione di  $(1, 1, 1)$  lungo  $(1, 1, 0)$  è

A:  $\sqrt{3}$  B:  $1/\sqrt{2}$  C:  $\sqrt{2}$  D:  $1$

20. I tre vettori  $(1, 1, 0), (-1, 1, 0), (0, 0, 3)$  sono

A: l'uno multiplo dell'altro B: complanari C: di norma 1 D: ortogonali a due a due

21. L'insieme delle soluzioni di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

A:  $(1, 1, 1, 0)$  B:  $t(1, 1, 1, -2) + (1/2, 1/2, -1/2, 0)$  C:  $t(1, 1, 1, 1) + (0, 1/2, 1, 0)$  D:  $\{0\}$

22. Il determinante  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$  vale

A:  $12$  B:  $7$  C:  $-2$  D:  $-1$

23. L'applicazione  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2x+z \\ |x+y| \end{pmatrix}$

A: è iniettiva B: non è lineare C: è biiettiva D: è suriettiva

24. Per quali  $\lambda \in \mathbb{C}$  il sistema  $\begin{cases} (1-\lambda)x + y = 0 \\ x + (1-\lambda)y = 0 \end{cases}$  ha più di una soluzione?

A: N.E. B:  $\forall \lambda \in \mathbb{C}$  C:  $\lambda = 0, 2$  D:  $\lambda = 0, 1$

25. La dimensione di  $\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \rangle$  è

A:  $3$  B:  $2$  C:  $0$  D:  $1$

26. Le soluzioni complesse di  $z = 2\bar{z}$  sono

A:  $\mathbb{R}$  B:  $0$  C:  $ix, x \in \mathbb{R}$  D:  $1 \pm i$

27. Determinare la matrice  $A$  in modo che l'applicazione  $T(x) = Ax$  verifichi

$$T(e_1) = e_1, T(e_2) = e_3, T(e_3) = e_1 + e_2 + e_3$$

A:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  D:  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Matematica

13 Luglio 2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 554834**

## PARTE A

1.

$$\int_{-\pi/2}^0 x \sin(3x) dx$$

A:  $-1/9$  B: 0 C:  $1/9$  D:  $1 + \sin(1)$

2. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $\{-2\} \cup ]0, 1]$

A:  $(-2, 1, \text{N.E.}, 2)$  B:  $(-2, 1, 0, 2)$  C:  $(-2, 1, -2, 1)$  D:  $(-2, 1, -2, \text{N.E.})$

3. La funzione  $f(x) = xe^{-2x^2}$  ha minimo locale in

A:  $x = \pm 1/2$  B:  $x = -1/4$  C: N.E. D:  $x = -1/2$

4. Il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x / (4x^2)$  è uguale a

A: 0 B:  $+\infty$  C: N.E. D:  $-\infty$

5.  $(1/3 + 2^{-1}) \times 10^{-3}$  è uguale a?

A: 0,083 B: 0,0083333334 C:  $5/600$  D:  $1/1200$

6. Per quali  $x \in \mathbb{R}$  si ha  $(\sqrt{x^2} - 2) < 0$

A:  $-2 \leq x \leq 1$  B:  $-1 < x < 1$  C:  $-2 < x < 2$  D:  $-1 \leq x \leq 1$

7. Sia  $f(x) = \log(x^2)$ , allora  $f'''(1)$  è uguale a

A: 0 B: 4 C:  $-\frac{\log(x^2)}{2x^3}$  D: -2

8. Qual'è l'immagine della funzione  $f(x) = \sin(x) + x^2$  per  $x \in [0, 1[$

A:  $[0, \sin(1) + 1]$  B:  $[\sin(1), 1]$  C:  $[0, \sin(1) + 1[$  D:  $[1, \sin(1)[$

9.

$$\int_2^3 \frac{x+2}{x^2+2x-3} dx$$

A:  $\log(4/3) - \frac{1}{2} \log(2)$  B:  $\log(2) + \frac{1}{4} \log(5/3)$  C:  $\log(4/3) + \frac{1}{2} \log(2)$  D:  $\log(2) + \frac{1}{4} \log(3/5)$

10. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x^3} dx$$

A: è finito e positivo B: è uguale a zero C:  $+\infty$  D:  $-\infty$

11. Quante soluzioni positive ha l'equazione  $\sin(x) = 1/e^2$

A: 2 B: 0 C: infinite D: 1

12. Le soluzioni della equazione  $x''(t) + 9x(t) = t^2 + 1$  sono

A:  $c_1 e^{3t} + c_2 t e^{-3t} - [t + \sin(3t)]/4$  B:  $c_1 \sin(3t) + c_2 \cos(3t) + (7 + 9t^2)/81$  C:  $c_1 \sin(3t) + c_2 \cos(3t) - [t + \sin(3t)]/4$  D:  $c_1 e^{-3t} + c_2 t e^{3t} + (7 + 9t^2)/81$

13. Sia  $y(x)$  l'unica soluzione di  $y'(x) = -e^{-x}$  con la condizione iniziale  $y(0) = 1$ . Allora  $\int_0^{+\infty} y(x) dx$  è uguale a

A: N.E. B: 0 C: 2 D: 1

14. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & x \geq 0 \\ \cos(x^2) & x < 0 \end{cases}$$

A:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$    B:  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$    C:  $(x \neq 0, x \neq 0)$    D:  $(x \neq 0, \mathbb{R})$

15. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1 - x}{x^{(2\alpha)}}$$

è finito e diverso da zero per:

A:  $\alpha = 2$    B:  $\alpha \geq 1$    C:  $\alpha \leq 2$    D:  $\alpha = 1$

16. La retta tangente al grafico di  $y(x) = e^{\tan(x)}$  nel punto  $(0, 1)$  è

A:  $y = -\tan(1)x + 1$    B:  $y = 1 - x$    C:  $y = 1 + x$    D:  $y = 1$

17. La funzione  $f(x) = \log(|x|)$ , per  $x \in [-1, 1] \setminus \{0\}$  è

A: continua e derivabile   B: convessa   C: iniettiva   D: monotona crescente

18. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{x^2} - 1}{2 + \sin^2(x)}$$

A:  $+\infty$    B:  $\sin(3e)$    C:  $\log(3)$    D:  $e^{\log(3)}$

## PARTE B

19. Date  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , le soluzioni del sistema

$$AB \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sono

A:  $(-1, 14/5)$   $t \in \mathbb{R}$    B: N.E.   C:  $(-17/10 + t, 1/10)$   $t \in \mathbb{R}$    D:  $(-4/5, 9/10)$

20. Modulo e argomento del numero complesso  $(1 + i)e^{i\pi}$  sono

A:  $(e\sqrt{2}, -3\pi/4)$    B:  $(\sqrt{2}, -3\pi/4)$    C:  $(\sqrt{2}e^\pi, 3\pi/4)$    D:  $(\sqrt{2}, +3\pi/4)$

21. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y + z \\ x + y - z \\ w \end{pmatrix}$  è

A:  $\text{span}\langle (1, -1, 0, 0) \rangle$    B:  $\text{span}\langle (1, 0, 0, -1), (1, 0, 0, 0) \rangle$    C:  $\{0\}$    D:  $(t, s, 0, 0)$   $t, s \in \mathbb{R}$

22. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  è

A: -1   B: 0   C: 2   D: 1

23. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 4   B: 3   C: 2   D: 1

24. Il numero complesso  $(2 + 4i)(1 - i)^{-2}$  è uguale a

A:  $2 - i$    B:  $2 + i$    C:  $-2 - i$    D:  $-2 + i$

25. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A: ha una unica soluzione   B: non ha soluzione   C: ha infinite soluzioni   D: ha due soluzioni

26. Sia  $w = 6\pi/e$ . La applicazione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = \cos(w) v$$

A: è lineare ma non suriettiva   B: non è lineare   C: è lineare ma non iniettiva   D: è lineare e biiettiva

27. Sia  $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$  e sia  $v = (v_1, v_2)$ . Allora  $vAv^T$  è uguale a

A:  $\alpha(v_1^2 + v_2^2) + 2\beta v_1 v_2$    B:  $\alpha^2 v_1 + 2\alpha\beta v_1 v_2 + \beta^2 v_2$    C:  $(\alpha + \beta)(v_1^2 + v_2^2)$    D:  $\alpha^2 v_1^2 + 2\alpha\beta v_1 v_2 + \beta^2 v_2^2$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Matematica

21 Settembre 2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 993013**

## PARTE A

1. La funzione  $f(x) = x \log(|x|)$  ha massimo locale in

A:  $x = -1/e$  B:  $x = 1/e$  C: 0 D:  $x = \pm 1/e$

2.

$$\int_0^{\pi/2} (3x) \cos(2x) dx$$

A:  $3/2$  B: 0 C:  $-3/2$  D:  $3\sqrt{2}$

3.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{e^x}}{2e^x}$$

A:  $2/e$  B:  $+\infty$  C: N.E. D:  $e/2$

4. Qual'è l'immagine della funzione  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$  per  $x \in [0, 2]$

A:  $[-9, 9]$  B:  $[-1, 9]$  C:  $[1, 9]$  D:  $[0, 9]$

5.

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4x + 4} dx$$

A:  $11/6 - 4 \log(3/2)$  B:  $5/2 - 7 \log(5)$  C:  $5/2 + 7 \log(5)$  D:  $-11/6 - 4 \log(3/2)$

6. Sia  $f(x) = \log(\log(x))$ , allora  $f''(e)$  è uguale a

A:  $-2/e^2$  B: N.E. C:  $+2/e^2$  D: 0

7. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $\{x \in \mathbb{R} : \tan(x) < 0\}$

A:  $(-\pi/2, 0, -\pi/2, 0)$  B:  $(-\infty, 0, N.E., 0)$  C:  $(-\infty, +\infty, N.E., N.E.)$  D:  $(-\pi/2, 0, N.E., N.E.)$

8.  $\sin(1003 \pi/2)$  è uguale a?

A:  $\sqrt{2}^{-1002}$  B: 1 C: -1 D: 0

9. Per quali  $x \in [0, 2\pi]$  si ha  $x/\sin(x) > 0$

A:  $x \neq \{0, \pi, 2\pi\}$  B:  $x \in ]0, \pi[$  C:  $0 < x < \pi$  D:  $0 < x \leq \pi$

10. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin^3(x)$  nel punto  $(\pi/4, 1/2\sqrt{2})$  è

A:  $y = 1/2\sqrt{2} + (x - \pi/4)$  B:  $y = 1/2\sqrt{2}$  C:  $y = \sin^2(\pi/4)x + 1/2\sqrt{2}$  D:  $y = 1/2\sqrt{2} + 3(x - \pi/4)/2\sqrt{2}$

11. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x - \pi/2) & x \geq 0 \\ \cos(x) & x < 0 \end{cases}$$

A:  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$  B:  $(x \neq 0, x \neq 0)$  C:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  D:  $(x \neq 0, \mathbb{R})$

12. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \sin^2(x)}{3^{x^2} - 1}$$

A:  $e^{\log(3)}$  B:  $+\infty$  C:  $\sin(3e)$  D: 0

13. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+x^4)}{x^\alpha}$$

è finito e diverso da zero per:

A:  $\alpha < 1$    B:  $\alpha = 4$    C:  $\alpha \geq 4$    D:  $\alpha = 1$

14. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \sin^2(x) dx$$

A:  $+\infty$    B: è uguale a zero   C:  $-\infty$    D: è finito e positivo

15. Le soluzioni della equazione  $x''(t) + 4x(t) = t - t^2$  sono

A:  $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) - [t^2 + \sin(3t)]/8$    B:  $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) + (1 + 2t - 2t^2)/8$    C:  $c_1 e^{-2t} + c_2 t e^{2t} + (7 + 9t^2)/8$    D:  $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{-2t} - [t^2 + \sin(3t)]/8$

16. La funzione  $f(x) = \log(1/|x|)$ , per  $x \in [-1, 1] \setminus \{0\}$  è

A: iniettiva   B: convessa   C: continua e derivabile   D: monotona crescente

17. Sia  $y(x)$  la soluzione di  $y'(x) = y^2$  con la condizione iniziale  $y(0) = 1$ . Allora  $y''(0)$  è uguale a

A: 0   B: N.E.   C: 2   D: 1

18. Quante soluzioni negative ha l'equazione  $e^{-x^2} = 1/4$

A: 2   B: infinite   C: 1   D: 0

## PARTE B

19. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 0   B: 2   C: 1   D: -1

20. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 3   B: 1   C: 4   D: 2

21. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 3y + 4w \\ x + 2y + 3w \\ 2x + 3y + 5w \end{pmatrix}$  è

A:  $\langle (t, t, -t) \rangle t \in \mathbb{R}$    B:  $\text{span}(1, 1, 0)$    C:  $\{0\}$    D:  $\langle (t, t, s) \rangle t, s \in \mathbb{R}$

22. Il numero complesso  $(2+i)^2(2-i)^{-1}$  è uguale a

A:  $2/5 - i11/5$    B:  $2/5 + i11/5$    C:  $5/2 - i13/2$    D:  $-5/2 + i13/2$

23. Date  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , le soluzioni del sistema

$$AB \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sono

A:  $(-1, 14/5)$    B: N.E.   C:  $(-t, 1/5)$   $t \in \mathbb{R}$    D:  $(1+t, 2)$   $t \in \mathbb{R}$

24. Modulo e argomento del numero complesso  $(2 - 2i)e^{-i\pi/4}$  sono

A:  $(2\sqrt{2}, -\pi/2)$    B:  $(\sqrt{2}e^{-\pi}, \pi/2)$    C:  $(2\sqrt{2}, -\pi/4)$    D:  $(2\sqrt{2}, +\pi/4)$

25. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

A: non ha soluzione   B: ha due soluzioni   C: ha infinite soluzioni   D: ha una unica soluzione

26. Sia  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  Allora  $A^{-1}$  è uguale a

A:  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$    B:  $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 & 1/4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$    C:  $\begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 & 1/4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$    D:  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 & 1/4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

27. La applicazione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = \cos(v) v$$

A: è lineare ma non suriettiva   B: non è lineare   C: è lineare ma non iniettiva   D: è lineare e biiettiva