

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova in itinere di Matematica

Pisa, 26 novembre 2005

Numero compito: 233761

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (no matite o penne rosse).

1. Il numero

$$\binom{6}{3}$$

è uguale a **A:** 122 **B:** 2 **C:** 120 **D:** 20

2. Lo sviluppo, col binomio di Newton di $(1+x)^5$ è

A: $1 + 10x + 5x^2 + 5x^3 + 10x^4 + x^5$ **B:** $1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$

C: $1 - 10x + 5x^2 - 5x^3 + 10x^4 - x^5$ **D:** $1 + 5x - 10x^2 + 10x^3 - 5x^4 + x^5$

3.

$$1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

A: 11/5 **B:** 12/11 **C:** 11/12 **D:** 5/11

4. Elencare, nell'ordine: sup, inf, max, min dell'insieme $\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$

A: 1, 0, 1, 0 **B:** 1, 0, 1, N.E. **C:** 1, N.E., 1, N.E. **D:** 1, N.E., 1, 0.

5. Determinare l'insieme dei punti di continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ e^x & x < 0 \end{cases}$$

A: $x \neq 0$ **B:** \mathbb{R} **C:** \mathbb{Q} **D:** $x > 0$.

6. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+e^x)}{x}$

A: N.E. **B:** 0 **C:** 1/2 **D:** 1.

7. Calcolare, per $x \rightarrow 0$, limiti destro e sinistro di $\arctan(1/x)$

A: $-\pi/2, \pi/2$ **B:** $\pi/2, \pi/2$ **C:** $\pi/2, -\pi/2$ **D:** $-\pi/2, -\pi/2$.

8. Calcolare il minimo assoluto di $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$

A: 2 **B:** -2 **C:** 1 **D:** 0.

9. $\frac{d}{dx} \cos(\tan(x^2))$ è uguale a:

A: $-\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos(x^2)}$ **B:** $\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos^2(x^2)}$ **C:** $-\frac{2x \sin(\tan(x))}{\cos^2(x)}$ **D:** $-\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos^2(x^2)}$

10. Calcolare

$$\int_0^\pi (x^2 + \sin(x) + e^x) dx$$

A: $1 + e^\pi + \pi^3/3$ **B:** $-1 + e^\pi + \pi^3/3$ **C:** $1 + e^\pi + \pi^3/2$ **D:** 0.

11. Il minimo assoluto di $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(n) = |n - 5/2| \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

A: 0 **B:** 4 **C:** N.E. **D:** 1/2.

12. Calcolare l'estremo superiore dell'insieme

$$A = \{1 - e^{-x} : x \in \mathbb{R}\}$$

A: 1 **B:** $+\infty$ **C:** 0 **D:** -1.

13. La retta tangente al grafico di $f(x) = x \sin(x) \tan(x) + 1$ nel punto $(0, 1)$ è

A: $y = x$ **B:** $y = \sin(x) x$ **C:** $y = 0$ **D:** $y = 1$.

14. Calcolare

$$\int_2^3 \frac{1}{x(x-1)} dx$$

A: $\log(5/3)$ **B:** $\log(3/5)$ **C:** $\log(4/3)$ **D:** N.E.

15. Determinare una primitiva di $\frac{1}{x^2+x^3}$

A: $\frac{1}{x} + \arctan(x)$ **B:** $\frac{1}{x} + \log|x| + \log|x+1|$
C: $-\frac{1}{x} + \log|x| + \log|x^2|$ **D:** $-\frac{1}{x} - \log|x| + \log|1+x|$

16. Calcolare la derivata di $[\arcsin(x^{10})]^2$

A: $\frac{20x^9 \arcsin(x^{10})}{\sqrt{1-x^{20}}}$ **B:** $\frac{20x^9}{\sqrt{1-x^{20}}}$ **C:** $\frac{10x^9 \arcsin(x^{10})}{\sqrt{1-x^{20}}}$ **D:** $\frac{20x^9 \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$.

17. L'insieme dei punti su cui

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

è derivabile è:

A: $x > 0$ **B:** \mathbb{R} **C:** $x \neq 0$ **D:** $x \leq 0$.

18. Calcolare $\int_0^1 x \sin(x) dx$

A: 0 **B:** $-\cos(1) + \sin(1)$ **C:** $\tan(1)$ **D:** 2π .

19. Si consideri la funzione $f(x) = |x^3|$

A: è continua e derivabile in 0 **B:** è continua ma non derivabile in 0
C: è derivabile ma non continua in 0 **D:** non è continua e non è derivabile in 0.

20. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4}$$

A: $1/24$ **B:** $1/22$ **C:** $1/12$ **D:** 0.

21. Determinare l'immagine di $f(x) = 1/\sin(x)$ per $x \in]-\pi, 0[$.

A: $[-1, 1] \setminus \{0\}$ **B:** $[1, +\infty[$ **C:** $[-1, 0[$ **D:** $] -\infty, -1]$.

22. Stabilire se la legge $a_0 = 2$, $a_{n+1} = \log(a_n)$ definisce una successione

A: per ogni $n \in \mathbb{N}$ **B:** per $n < 2$ **C:** per $n \leq 2$ **D:** per $n < 6$.

23. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x e^{-t^2} dt}{x}$$

A: N.E. **B:** 0 **C:** 1 **D:** $+\infty$.

24. Determinare l'immagine di

$$f(x) = x \exp^{-x} \quad x \in]0, +\infty[$$

A: $[0, e^{-1}]$ **B:** $x < 0$ **C:** \mathbb{R}^+ **D:** $]0, e^{-1}]$.

25. La funzione $\arctan(1/x)$ è
A: decrescente **B:** decrescente solo se $x < 0$ **C:** decrescente solo se $x > 0$ **D:** decrescente su $]0, +\infty[$ e su $] - \infty, 0[$.
26. Il minimo assoluto di
$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad x \in [0, 2]$$

A: 1 **B:** N.E. **C:** 0 **D:** -1.
27. Calcolare $\int_0^1 e^{\cos(x)} \sin(x) dx$
A: $e - e^{\cos(1)}$ **B:** $-e + e^{\cos(1)}$ **C:** $e + e^{\cos(1)}$ **D:** $-e - e^{\cos(1)}$.
28. Per quali α la funzione $\log(\cos(x))$ è $O(\sin^\alpha(x))$ per $x \rightarrow 0$.
A: -1 **B:** 0 **C:** 2 **D:** 1.
29. Trovare una primitiva di $\frac{e^x}{e^x - 1}$
A: $\arctan(e^{-x})$ **B:** $\log|e^x + 1|$ **C:** $\arctan(e^x)$ **D:** $\log|e^x - 1|$.
30. Si supponga $f'(x) < 0 \quad \forall x \in]a, b[$. Allora
A: $\lim_{x \rightarrow a^+} f$ esiste (finito o infinito) **B:** f è limitata
C: $\lim_{x \rightarrow a^+} f$ esiste finito **D:** f ha un minimo interno.