

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

# Prova in itinere di Matematica

Pisa, 26 novembre 2005

Numero compito: 121561

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (no matite o penne rosse).

1. Il numero

$$\binom{6}{3}$$

è uguale a **A:** 20 **B:** 2 **C:** 120 **D:** 122

2. Lo sviluppo, col binomio di Newton di  $(1+x)^5$  è

**A:**  $1 + 10x + 5x^2 + 5x^3 + 10x^4 + x^5$  **B:**  $1 - 10x + 5x^2 - 5x^3 + 10x^4 - x^5$

**C:**  $1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$  **D:**  $1 + 5x - 10x^2 + 10x^3 - 5x^4 + x^5$

3.

$$1 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

**A:** 5/11 **B:** 12/11 **C:** 11/12 **D:** 11/5

4. Elencare, nell'ordine: sup, inf, max, min dell'insieme  $\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$

**A:** 1, 0, 1, 0 **B:** 1, 0, 1, N.E. **C:** 1, N.E., 1, N.E. **D:** 1, N.E., 1, 0.

5. Determinare l'insieme dei punti di continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ e^x & x < 0 \end{cases}$$

**A:**  $x \neq 0$  **B:**  $\mathbb{R}$  **C:**  $\mathbb{Q}$  **D:**  $x > 0$ .

6. Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+e^x)}{x}$

**A:** N.E. **B:** 0 **C:** 1/2 **D:** 1.

7. Calcolare, per  $x \rightarrow 0$ , limiti destro e sinistro di  $\arctan(1/x)$

**A:**  $\pi/2, -\pi/2$  **B:**  $\pi/2, \pi/2$  **C:**  $-\pi/2, \pi/2$  **D:**  $-\pi/2, -\pi/2$ .

8. Calcolare il minimo assoluto di  $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$

**A:** 2 **B:** -2 **C:** 0 **D:** 1.

9.  $\frac{d}{dx} \cos(\tan(x^2))$  è uguale a:

**A:**  $-\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos(x^2)}$  **B:**  $\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos^2(x^2)}$  **C:**  $-\frac{2x \sin(\tan(x))}{\cos^2(x)}$  **D:**  $-\frac{2x \sin(\tan(x^2))}{\cos^2(x^2)}$

10. Calcolare

$$\int_0^\pi (x^2 + \sin(x) + e^x) dx$$

**A:**  $1 + e^\pi + \pi^3/3$  **B:**  $-1 + e^\pi + \pi^3/3$  **C:**  $1 + e^\pi + \pi^3/2$  **D:** 0.

11. Il minimo assoluto di  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(n) = |n - 9/2| \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

**A:** 0 **B:** 5 **C:** N.E. **D:** 1/2.

12. Calcolare l'estremo superiore dell'insieme

$$A = \{1 - e^{-x} : x \in \mathbb{R}\}$$

**A:** 1 **B:**  $+\infty$  **C:** 0 **D:** -1.

13. La retta tangente al grafico di  $f(x) = x \sin(x) \tan(x)$  nel punto  $(0, 0)$  è

**A:**  $y = x$    **B:**  $y = \sin(x) x$    **C:**  $y = 0$    **D:**  $y = 2x + 1$ .

14. Calcolare

$$\int_2^3 \frac{1}{x(x-1)} dx$$

**A:**  $\log(5/3)$    **B:**  $\log(3/5)$    **C:**  $\log(4/3)$    **D:** N.E.

15. Determinare una primitiva di  $\frac{1}{x^2+x^3}$

**A:**  $\frac{1}{x} + \arctan(x)$    **B:**  $\frac{1}{x} + \log|x| + \log|x+1|$   
**C:**  $-\frac{1}{x} + \log|x| + \log|x^2|$    **D:**  $-\frac{1}{x} - \log|x| + \log|1+x|$

16. Calcolare la derivata di  $[\arcsin(x^{10})]^2$

**A:**  $\frac{20x^9 \arcsin(x^{10})}{\sqrt{1-x^{20}}}$    **B:**  $\frac{20x^9}{\sqrt{1-x^{20}}}$    **C:**  $\frac{10x^9 \arcsin(x^{10})}{\sqrt{1-x^{20}}}$    **D:**  $\frac{20x^9 \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$ .

17. L'insieme dei punti su cui

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

è derivabile è:

**A:**  $x > 0$    **B:**  $x \neq 0$    **C:**  $\mathbb{R}$    **D:**  $x \leq 0$ .

18. Calcolare  $\int_0^1 x \sin(x) dx$

**A:** 0   **B:**  $-\cos(1) + \sin(1)$    **C:**  $\tan(1)$    **D:**  $2\pi$ .

19. Si consideri la funzione  $f(x) = |x^3|$

**A:** è continua e derivabile in 0   **B:** è continua ma non derivabile in 0  
**C:** è derivabile ma non continua in 0   **D:** non è continua e non è derivabile in 0.

20. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi/2 - \arctan(x))$$

**A:** 0   **B:** 1/2   **C:** 1   **D:** -1.

21. Determinare l'immagine di  $f(x) = 1/\sin(x)$  per  $x \in ]0, \pi[$ .

**A:**  $[-1, 1]$    **B:**  $[1, +\infty[$    **C:**  $]0, 1]$    **D:**  $[-1, 1] \setminus \{0\}$ .

22. Stabilire se la legge  $a_0 = 2$ ,  $a_{n+1} = \log(a_n)$  definisce una successione

**A:** per ogni  $n \in \mathbb{N}$    **B:** per  $n \leq 2$    **C:** per  $n < 2$    **D:** per  $n < 6$ .

23. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin(t^2) dt}{x}$$

**A:** N.E.   **B:** 0   **C:** 1   **D:**  $+\infty$ .

24. Determinare l'immagine di

$$f(x) = x \cdot \log(x) \quad x \in ]0, 1]$$

**A:**  $[-e^{-1}, 0]$    **B:**  $x < 0$    **C:**  $\mathbb{R}^+$    **D:**  $[-e^{-1}, 0[$ .

25. La funzione  $\arctan(1/x)$  è  
**A:** decrescente   **B:** decrescente solo se  $x < 0$    **C:** decrescente solo se  $x > 0$    **D:** decrescente su  $]0, +\infty[$  e su  $] -\infty, 0[$ .
26. Il punto di minimo assoluto di  
$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad x \in [0, 2]$$
  
**A:**  $x = -1$    **B:** N.E.   **C:**  $x = 0$    **D:**  $x = 1$ .
27. Calcolare  $\int_0^1 e^{\cos(x)} \sin(x) dx$   
**A:**  $e + e^{\cos(1)}$    **B:**  $-e + e^{\cos(1)}$    **C:**  $e - e^{\cos(1)}$    **D:**  $-e - e^{\cos(1)}$ .
28. Per quali  $\alpha$  la funzione  $\log(\cos(x))$  è  $O(\sin^\alpha(x))$  per  $x \rightarrow 0$ .  
**A:** -1   **B:** 0   **C:** 2   **D:** 1.
29. Trovare una primitiva di  $\frac{1}{e^x + e^{-x}}$   
**A:**  $e^{2x} - e^x$    **B:**  $1/e^x$    **C:**  $\arctan(e^x)$    **D:**  $\arctan(e^{-x})$
30. Si supponga  $f'(x) < 0 \quad \forall x \in [a, b]$ . Allora  
**A:**  $f$  ha minimo assoluto   **B:**  $f$  ha minimo interno  
**C:**  $f$  non è limitata superiormente   **D:**  $f$  non è limitata.