

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di Matematica

Pisa, 30 gennaio 2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

CODICE = 726932

PARTE A

1. Calcolare

$$\int_{-1/2}^0 \arctan(2x) dx$$

A: $1 + (e - 1) \log(2)$ B: $\frac{\log(4) - \pi}{8}$ C: 0 D: N.E.

2. Una soluzione della equazione $x'(t) = 2t(1 + [x(t)]^2)$ è

A: $\tan(t^2)$ B: $\sin(t^2)$ C: $\arcsin(t^2)$ D: $\arctan(t^2)$

3. Calcolare il massimo assoluto di $f(x) = -|-x^2 + 4x - 3|$

A: N.E. B: 1 C: -1 D: 0

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $(0, 1)$ è

A: $y = 1 - x$ B: $y = 1 + x + x^2/2$ C: $y = 1 + e^{\sin(1)}(x - 1)$ D: $y = 1 + x$

5. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \geq 0 \\ 2 - x^2 & x < 0 \end{cases}$$

A: (\mathbb{R}, \mathbb{R}) B: $(x \neq 0, \mathbb{R})$ C: $(\mathbb{R}, x \neq 0)$ D: $(x \neq 0, x \neq 0)$

6. Quante soluzioni ha l'equazione $\tan(x) + e^x = \pi/2$ nell'intervallo $]-\pi/2, \pi/2[$?

A: 3 B: infinite C: 1 D: nessuna

7. L'integrale

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin(x+1)}{\sqrt{x(x+1)}} dx \quad \text{è}$$

A: finito e negativo B: 0 C: finito e positivo D: $+\infty$

8. La funzione $f(x) = e^x - x$ è

A: limitata superiormente B: suriettiva. C: iniettiva D: limitata inferiormente

9. Sia $f(x) = \sin(x^3)$, allora $f'''(0)$ è uguale a

A: 3 B: 0 C: N.E. D: 6

10. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sin(x)]^x$ è uguale a

A: $+\infty$ B: e C: 0 D: 1

11. Determinare inf, sup, min e max della funzione $f(x) = \sin^2(1/x)$ sull'intervallo $]0, +\infty[$

A: $(-1, 1, -1, 1)$ B: $(0, +\infty, 0, +\infty)$ C: $(0, 1, 0, 1)$ D: $(0, +\infty, 0, \text{N.E.})$

12. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 + \pi x)^{1/(2x)}$$

A: e^{π^2} B: $e^{\sqrt{\pi}}$ C: $e^{\pi/2}$ D: $-\infty$

13. Dati $x = 3^6$ e $y = 2^7$ allora

A: $x \geq y$ B: $x \cdot y$ è divisibile per 5 C: $x = y + 2$ D: $x < y$

14. L'immagine della funzione $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 4}$ è

A: $] -\infty, 0[\cup] 0, +\infty[$ B: $x \geq 0$ C: \mathbb{R} D: $] 0, +\infty[$

15. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) - x}{e^{[1+\log(x)]}}$$

è uguale a:

A: $+\infty$ B: $-1/e$ C: 0 D: N.E.

16. Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} x \sin(2x) dx$$

A: $-\frac{1}{4}$ B: $\frac{1}{4}$ C: N.E. D: 0

17. Le soluzioni della equazione $x''(t) - 5x'(t) + 6x(t) = 6t - 5 + e^{3t}$ sono

A: $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + t e^{3t} + t$ B: $c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} + t e^{3t} + t$ C: $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + t^2 e^{3t} - t$ D: $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + 2t e^{3t} - t$.

18. Dire per quali α il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^\alpha}{\log(\cos(x))}$ è finito e diverso da zero.

A: $\alpha < 0$ B: $\alpha = 2$ C: $\alpha \neq 0$ D: $\alpha \geq 2$

PARTE B

19. Il nucleo della applicazione lineare $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x + y \\ x + 2y + z \end{pmatrix}$ è uguale a

A: $\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$. B: $\begin{pmatrix} t-s \\ t \\ t \end{pmatrix}$ C: $\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ D: $\begin{pmatrix} t \\ -t \\ t \end{pmatrix}$

20. La dimensione dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

è

A: 3 B: 2 C: 4 D: 1

21. Modulo e argomento di $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ sono

A: $(\sqrt{2}, 5\pi/6)$ B: $(\sqrt{2}, -5\pi/6)$ C: $(1, -5\pi/6)$ D: $(1, 5\pi/6)$

22. Dati $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ le soluzioni del sistema

$$A^T v = b$$

sono

A: $\text{span} \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle$. B: $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ C: N.E. D: $v = \begin{pmatrix} 2+t \\ 1-t \\ 3t \end{pmatrix}$

23. Sia $e_i, i = 1, 2, 3, 4$, la base canonica di \mathbb{R}^4 , il prodotto scalare $\langle e_1, e_2 + e_4 + e_4 \rangle$ è uguale a

A: 4 B: $(0, 0, 0, 0)$ C: 0 D: 1

24. Calcolare il determinante di $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 10 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

A: -280 B: 0 C: 140 D: 280

25. La dimensione dello spazio generato da $v_1 = (4, 3, 6, 2)$ $v_2 = (0, 0, 2, 20)$ $v_3 = (1, 0, 0, 3)$ è uguale a

A: 2 B: 3 C: 4 D: 1

26. La matrice inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è uguale a:

A: $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} -2 & 3/2 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D: N.E.

27. Il numero $\frac{6i}{(1+i)^2}$ è uguale a

A: $-\frac{9}{25} - \frac{12}{25}i$ B: 3 C: 3i D: $\frac{9}{25} - \frac{12}{25}i$