

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova scritta di Matematica

Pisa, 30 gennaio 2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 970474**

## PARTE A

1. La retta tangente al grafico di  $y(x) = e^{\sin(x)}$  nel punto  $(0, 1)$  è  
A:  $y = 1 - x$    B:  $y = 1 + x + x^2/2$    C:  $y = 1 + e^{\sin(1)}(x - 1)$    D:  $y = 1 + x$

2. La funzione  $f(x) = e^x - x$  è  
A: limitata superiormente   B: suriettiva.   C: iniettiva   D: limitata inferiormente

3. Calcolare

$$\int_{-1/2}^0 \arctan(2x) dx$$

- A: 0   B:  $\frac{\log(4) - \pi}{8}$    C: N.E.   D:  $1 + (e - 1) \log(2)$

4. Dire per quali  $\alpha$  il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^\alpha}{\log(\cos(x))}$  è finito e diverso da zero.

- A:  $\alpha \neq 0$ .   B:  $\alpha = 2$    C:  $\alpha < 0$    D:  $\alpha \geq 2$

5. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & x \geq 0 \\ 2 - x^2 & x < 0 \end{cases}$$

- A:  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$    B:  $(x \neq 0, x \neq 0)$    C:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$    D:  $(x \neq 0, \mathbb{R})$

6. L'immagine della funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 4}$  è

- A:  $]0, +\infty[$    B:  $] - \infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$    C:  $\mathbb{R}$    D:  $x \geq 0$

7. L'integrale

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin(x+1)}{\sqrt{x}(x+1)} dx \quad \text{è}$$

- A: 0   B:  $+\infty$    C: finito e positivo   D: finito e negativo

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x) - x}{e^{[1+\log(x)]}}$$

è uguale a:

- A:  $-1/e$    B: 0   C:  $+\infty$    D: N.E.

9. Le soluzioni della equazione  $x''(t) - 5x'(t) + 6x(t) = 6t - 5 + e^{3t}$  sono

- A:  $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + t e^{3t} + t$    B:  $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + t^2 e^{3t} - t$    C:  $c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} + t e^{3t} + t$    D:  $c_1 e^{2t} + c_2 e^{3t} + 2t e^{3t} - t$ .

10. Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} x \sin(2x) dx$$

- A:  $-\frac{1}{4}$    B: N.E.   C:  $\frac{1}{4}$    D: 0

11. Calcolare il massimo assoluto di  $f(x) = -| -x^2 + 4x - 3|$

- A: 0   B: -1   C: N.E.   D: 1

12. Sia  $f(x) = \sin(x^3)$ , allora  $f'''(0)$  è uguale a

- A: 3   B: 6   C: 0   D: N.E.

13. Determinare inf, sup, min e max della funzione  $f(x) = \sin^2(1/x)$  sull'intervallo  $]0, +\infty[$   
 A:  $(0, +\infty, 0, \text{N.E.})$  B:  $(0, 1, 0, 1)$  C:  $(0, +\infty, 0, +\infty)$  D:  $(-1, 1, -1, 1)$
14. Una soluzione della equazione  $x'(t) = 2t(1 + [x(t)]^2)$  è  
 A:  $\tan(t^2)$  B:  $\arctan(t^2)$  C:  $\sin(t^2)$  D:  $\arcsin(t^2)$ .
15. Dati  $x = 3^6$  e  $y = 2^7$  allora  
 A:  $x \cdot y$  è divisibile per 5 B:  $x \geq y$  C:  $x < y$  D:  $x = y + 2$
16. Calcolare il limite  

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 + \pi x)^{1/(2x)}$$
 A:  $e^{\pi^2}$  B:  $e^{\sqrt{\pi}}$  C:  $-\infty$  D:  $e^{\pi/2}$
17. Quante soluzioni ha l'equazione  $\tan(x) + e^x = \pi/2$  nell'intervallo  $] -\pi/2, \pi/2[$ ?  
 A: 3 B: nessuna C: 1 D: infinite
18. Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sin(x)]^x$  è uguale a  
 A: 0 B: 1 C: e D:  $+\infty$

### PARTE B

19. Calcolare il determinante di  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 10 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$   
 A: 0 B: 280 C: -280 D: 140
20. La matrice inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è uguale a:  
 A:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 3/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -2 & 3/2 & 0 \\ 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  D: N.E.
21. Modulo e argomento di  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  sono  
 A:  $(1, 5\pi/6)$  B:  $(\sqrt{2}, -5\pi/6)$  C:  $(1, -5\pi/6)$  D:  $(\sqrt{2}, 5\pi/6)$
22. La dimensione dello spazio generato da  $v_1 = (4, 3, 6, 2)$   $v_2 = (0, 0, 2, 20)$   $v_3 = (1, 0, 0, 3)$  è uguale a  
 A: 3 B: 4 C: 2 D: 1
23. Sia  $e_i, i = 1, 2, 3, 4$ , la base canonica di  $\mathbb{R}^4$ , il prodotto scalare  $\langle e_1, e_2 + e_4 + e_4 \rangle$  è uguale a  
 A: 4 B: 0 C:  $(0, 0, 0, 0)$  D: 1
24. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x + y \\ x + 2y + z \end{pmatrix}$  è uguale a  
 A:  $\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$  B:  $\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ . C:  $\begin{pmatrix} t \\ -t \\ t \end{pmatrix}$  D:  $\begin{pmatrix} t - s \\ t \\ t \end{pmatrix}$

25. Dati  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$  le soluzioni del sistema

$$A^T v = b$$

sono

$$\text{A: } v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{B: } \text{span} \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle. \quad \text{C: } v = \begin{pmatrix} 2+t \\ 1-t \\ 3t \end{pmatrix} \quad \text{D: N.E.}$$

26. La dimensione dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

è

A: 4    B: 1    C: 2    D: 3

27. Il numero  $\frac{6i}{(1+i)^2}$  è uguale a

A:  $-\frac{9}{25} - \frac{12}{25}i$     B:  $\frac{9}{25} - \frac{12}{25}i$     C: 3    D:  $3i$