

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di Matematica

13-Febbraio-2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

CODICE = 101991

PARTE A

1. Sia $f(x) = \log(1 + x^2)$, allora $f''(0)$ è uguale a

A: $-\frac{2(x^2-2)}{(1+x^2)^2}$ B: 2 C: -2 D: 0

2. Qual'è l'immagine della funzione $f(x) = \log(x) - x$ per $x \in [1, 2]$

A: $] -\infty, -1]$ B: $[0, +\infty[$ C: $[\log(2) - 2, -1]$ D: $[\log(2), 1]$

3. Il limite $\lim_{y \rightarrow 1^-} \sin(y)$ è uguale a

A: $\sin(\pi/180)$ B: $\pi/180$ C: $1 \cdot \cos(1)$ D: $\sin(1)$

4. $1/(0.001)$ è uguale a?

A: 100 B: 10^3 C: 10^{-2} D: $0, \bar{9}$

5. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme $]0, 1]$

A: (0,1,0,1) B: (0,1,N.E.,N.E.) C: (0,1,N.E.,1) D: (0,1,0,N.E.)

6. Per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha $(x - 1)^2 < x$

A: $x \geq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ B: $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ C: $\frac{3-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ D: $x > 5\sqrt{5}$

7.

$$\int_{-2}^0 x e^{-x} dx$$

A: 0 B: $-1 + 3/e^2$ C: $1 + e^2$ D: $-1 - e^2$

8. La funzione $f(x) = 3x^3 - 4x$ ha minimo locale in

A: $x = 2/3$ B: N.E. C: $x = -16/9$ D: $x = \pm 2/3$

9. L'integrale

$$\int_0^{\infty} -e^{-x^3} dx$$

A: $+\infty$ B: è uguale a $\sqrt{\pi}/2$ C: $-\infty$ D: è finito e negativo

10. Calcolare

$$\int_1^2 (x + 1) \log(x) dx$$

A: $\log(16) + 9/4$ B: $5\pi^2 \log(\pi)$ C: N.E. D: $\log(16) - 7/4$

11. La funzione $f(x) = \sqrt{\tan(x)}$ è

A: iniettiva B: suriettiva C: monotona crescente D: continua e derivabile per $x \neq k\pi$

12. Quante soluzioni positive ha l'equazione $e^x = 1/x^2$

A: nessuna B: 1 C: infinite D: 2

13. Le soluzioni della equazione $x''(t) + 4x(t) = \sin(2t)$ sono

A: $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) - [t \cos(2t)]/4$ B: $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) - [t \sin(2t)]/4$ C: $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{2t} - [t \cos(2t)]/4 + [t \sin(2t)]/4$ D: $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{2t} - [t \cos(2t)]/4 - [t \sin(2t)]/4$

14. La retta tangente al grafico di $y(x) = [\cos(x)]^{2 \sin(x)}$ nel punto (0, 1) è

A: $y = 1 - x^3/2$ B: $y = 1$ C: $y = 1 + x$ D: $y = -\cos(1)x + 1$

15. Sia $y(x)$ l'unica soluzione di $y'(x) = (x+1)(4y+1)$ con la condizione iniziale $y(0) = 1$. Allora $y'(0)$ è uguale a
 A: 3 B: 5 C: 4 D: 2

16. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x^3) & x \geq 0 \\ x(x^2 - 1) & x < 0 \end{cases}$$

- A: $(\mathbb{R}, x \neq 0)$ B: (\mathbb{R}, \mathbb{R}) C: $(x \neq 0, x \neq 0)$ D: $(x \neq 0, \mathbb{R})$

17. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3^{x^2} - 1}{\sin^2(x)}$$

- A: $\sin(3e)$ B: $-\infty$ C: $\log(3)$ D: $e^{\log(3)}$

18. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(x) - x^2}{x^\alpha}$$

è finito e diverso da zero per:

- A: $\alpha \leq 4$ B: $\alpha \geq 2$ C: $\alpha = 2$ D: $\alpha = 4$

PARTE B

19. Parte reale e immaginaria del numero $(1+i)(6-2i)^{-1}$ sono

- A: $\frac{12}{10} + \frac{i}{15}$ B: $\frac{12}{10} - \frac{i}{15}$ C: $\frac{1}{10} - \frac{2i}{10}$ D: $\frac{1}{10} + \frac{i}{5}$

20. Il nucleo della applicazione lineare $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ w \\ x + y - 2w + z \end{pmatrix}$ è

- A: $\text{span}\langle (1, 0, 0, -1), (1, 1, 0, 0) \rangle$ B: $\{0\}$ C: $\text{span}\langle (1, 0, 0, -1) \rangle$ D: $(t, t, 0, t+s)$ $t, s \in \mathbb{R}$

21. Il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ è

- A: 1 B: 2 C: 4 D: 3

22. Date $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, le soluzioni del sistema

$$AB \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sono

- A: $(-17/10 + t, 16/10)$ $t \in \mathbb{R}$ B: $(-17/10, 16/10)$ C: N.E. D: $(-17/10, 16/5)$ $t \in \mathbb{R}$

23. Modulo e argomento del numero complesso $(1+i)e^{i\pi/2}$ sono

- A: $(\sqrt{2}e^{\pi}, 3\pi/4)$ B: $(\sqrt{2}, -3\pi/4)$ C: $(e\sqrt{2}, -3\pi/4)$ D: $(\sqrt{2}, 3\pi/4)$

24. Il determinante di $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è

- A: 0 B: 1 C: -1 D: 2

25. Sia $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$ definito da $v_i = i$. Allora $\|v\|^2$ è uguale a

A: 30 B: 6 C: -12 D: 14

26. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 4 \\ 6 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A: ha soluzioni tutte di norma 1 B: ha una unica soluzione C: ha infinite soluzioni D: non ha soluzione

27. Sia $w = (1, 3, 5)$. La funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = e^{\langle w, v \rangle}$$

A: è lineare e suriettiva B: è lineare biiettiva C: è lineare e iniettiva D: non è lineare