

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova di Matematica

Pisa, 13 gennaio 2005

Numero compito: 312432

- Tempo: 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Ricordarsi di segnare le risposte sul foglio di consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

Parte A

1. Lo sviluppo, col binomio di Newton di $(1 - z)^4$ è
A: $1 - 4z - 6z^2 - 4z^3 + z^4$ **B:** $1 + 4z + 6z^2 + 4z^3 + z^4$
C: $-1 + 4z - 6z^2 + 4z^3 - z^4$ **D:** $1 - 4z + 6z^2 - 4z^3 + z^4$
2. Dire per quali α il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(e^x + 1)}{x^\alpha}$ è finito e diverso da zero.
A: $\alpha \geq 1$ **B:** $\alpha < 0$ **C:** $\alpha \neq 0$ **D:** $\alpha = 1$
3. La funzione $\sin^2(x)$ sull'intervallo $[-1/2, 1/2]$ è
A: concava **B:** convessa **C:** ha un flesso **D:** non derivabile.
4. Elencare, nell'ordine: inf, sup, min, max dell'insieme $\{(1 + (-1)^n)^{\frac{n-1}{n}}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$
A: 0, 2, 0, 2 **B:** 0, 3/2, 0, 3/2. **C:** 0, 2, 0, N.E. **D:** 0, 3/2, N.E., 3/2.
5. La funzione da \mathbb{R} in \mathbb{R} : $f(x) = x^3 - x^2$ è
A: suriettiva **B:** iniettiva **C:** biiettiva **D:** limitata.
6. Calcolare la derivata di $x^{x/\log(x)}$
A: $\frac{x^{x/\log(x)-1}}{\log^2(x)}$ **B:** $\frac{(x-1)^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$ **C:** $\frac{x^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$ **D:** e^x
7. Calcolare

$$\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$$
A: $\log(5/3)$ **B:** $\log(3/3)$ **C:** $\log(4/3)$ **D:** $-\log(5/3)$.
8. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ \sin(\pi + x) & x < 0 \end{cases}$$
A: \mathbb{Q} **B:** (\mathbb{R}, \mathbb{R}) **C:** $(\mathbb{R}, x \neq 0)$ **D:** $(x \neq 0, x \neq \pi)$.
9. La retta tangente al grafico di $y(x) = 2(e^{x^2} + x)$ nel punto $(1, 2(1 + e))$ è
A: $y = 2 + 2e$ **B:** $y = 2e + 2(e + 1)(x - 1)$
C: $y - 2(1 + e) = (4e + 2)(x - 1)^2$ **D:** $y = 2(1 + e) + (4e + 2)(x - 1)$.
10. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{2 + x^2} dx$$
A: N.E. **B:** $+\infty$ **C:** esiste finito **D:** $-\infty$.
11. $\frac{d}{dx} \log(\tan(x^2))$ è uguale a:
A: $\frac{2x}{\tan^2(x^2) \cos^2(x^2)}$ **B:** $\frac{2x}{\tan(x^2) \cos(x^2)}$ **C:** $\frac{2x}{\sin(x^2) \cos(x^2)}$ **D:** $-\frac{2x(1 + \tan(x^2))}{\tan(x^2)}$
12. Una soluzione della equazione $x'(t) = tx(t)$ è
A: e^{t+t^2} **B:** $e^{-t} + te^t$ **C:** $e^{t^2/2} + e^{-t^2/2}$ **D:** $e^{t^2/2}$.
13. Quante soluzioni ha l'equazione $e^x + x = 1$?
A: nessuna **B:** 3 **C:** 2 **D:** 1.

14. Calcolare

$$\int_1^e \log(2x) dx$$

A: $1 + (e + 1) \log(2)$ **B:** $1 + (e - 1) \log(2)$ **C:** N.E. **D:** 0.

15. Le soluzioni di $x'(t) + x(t) = t^2$ sono

A: $ce^t + t^2 + 2t + 2$ **B:** $ce^t + t^2 - 2t + 2$ **C:** $ce^{-t} + t^2 + 2t - 2$ **D:** $ce^{-t} + t^2 - 2t + 2$.

16. Le soluzioni della equazione $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = t + e^t$ sono

A: $c_1e^{-2t} + c_2e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$ **B:** $c_1te^{2t} + c_2e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$
C: $c_1te^{2t} + c_2e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$ **D:** $c_1e^{-2t} + c_2e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$.

17. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

è uguale a

A: $2 - \pi/2$ **B:** $2 + \pi/2$ **C:** 0 **D:** $\pi/4$.

18. Calcolare il minimo assoluto di $f(x) = |x^2 + 2x + 3|$

A: 2 **B:** -2 **C:** 0 **D:** N.E.

Parte B

19. Il numero $\frac{1+2i}{3-2i}$ è uguale a

A: $\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$ **B:** $-\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$ **C:** $-\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$ **D:** $\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$

20. Modulo e argomento di $-4 - 4i$ sono

A: $(4\sqrt{2}, 3\pi/4)$ **B:** $(4\sqrt{2}, \pi/4)$ **C:** $(4\sqrt{2}, -\pi/3)$ **D:** $(4\sqrt{2}, -3\pi/4)$

21. La dimensione del nucleo della applicazione lineare $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x + y + z \\ y - z \end{pmatrix}$ è uguale a

A: 1 **B:** 0 **C:** 2 **D:** 3.

22. Calcolare (con Laplace) il determinante di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **A:** 0 **B:** -1 **C:** 1 **D:** 2.

23. Le soluzioni di

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = (2, 6, 10)$$

sono

A: (0, 2) **B:** (2, $t + 1$) **C:** ($t - 3$, 2) **D:** (2, 0).

24. La dimensione dello spazio generato da $v_1 = (1, 0, 0, 1)$ $v_2 = (2, 8, 0, 0)$ $v_3 = (2, 3, 4, 5)$ è uguale a

A: 0 **B:** 1 **C:** 3 **D:** 2.

25. Una base dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ è

A: $v_1 = (0, 2, 4, 8), v_2 = (2, 1, 3, 0)$ **B:** $v_1 = (0, 1, 2, 4), v_2 = (0, 2, 4, 8),$

C: $v_1 = (4, 3, 8, 4)$ **D:** $v_1 = (0, 2, 4, 8), v_2 = (2, 1, 3, 0), v_3 = (4, 3, 8, 4).$

26. La matrice inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ è uguale a:

A: N.E. **B:** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3/2 \end{pmatrix}$ **C:** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **D:** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

27. Determinare la proiezione di $(1, 1, 2, 1)$ nella direzione di $(0, 1, 1, 2)$

A: $(0, 5/3, 5/3, 5/6)$ **B:** $(0, 5/6, 5/6, 5/3)$ **C:** $(1/6, 1/6, 5/3, 1/6)$ **D:** $(1/6, 1/6, 1/6, 5/3).$