

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

# Prova di Matematica

Pisa, 13 gennaio 2005

Numero compito: 422331

- Tempo: 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Ricordarsi di segnare le risposte sul foglio di consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

## Parte A

1. Lo sviluppo, col binomio di Newton di  $(1 - z)^4$  è  
**A:**  $1 - 4z - 6z^2 - 4z^3 + z^4$     **B:**  $1 + 4z + 6z^2 + 4z^3 + z^4$   
**C:**  $1 - 4z + 6z^2 - 4z^3 + z^4$     **D:**  $-1 + 4z - 6z^2 + 4z^3 - z^4$
2. Dire per quali  $\alpha$  il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(e^x + 1)}{x^\alpha}$  è finito e diverso da zero.  
**A:**  $\alpha \geq 1$     **B:**  $\alpha = 1$     **C:**  $\alpha < 0$     **D:**  $\alpha \neq 0$ .
3. La funzione  $\sin^2(x)$  sull'intervallo  $[-1/2, 1/2]$  è  
**A:** convessa    **B:** concava    **C:** ha un flesso    **D:** non derivabile.
4. Elencare, nell'ordine: inf, sup, min, max dell'insieme  $\{(1 + (-1)^n)^{\frac{n-1}{n}}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$   
**A:** 0, 2, 0, N.E.    **B:** 0, 3/2, 0, 3/2.    **C:** 0, 2, 0, 2.    **D:** 0, 3/2, N.E., 3/2.
5. La funzione da  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = x^3 - x^2$  è  
**A:** iniettiva    **B:** suriettiva    **C:** biiettiva    **D:** limitata.
6. Calcolare la derivata di  $x^{x/\log(x)}$   
**A:**  $\frac{x^{x/\log(x)-1}}{\log^2(x)}$     **B:**  $e^x$     **C:**  $\frac{x^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$     **D:**  $\frac{(x-1)^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$ .
7. Calcolare 
$$\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$$
  
**A:**  $\log(5/3)$     **B:**  $\log(4/3)$     **C:**  $\log(3/3)$     **D:**  $-\log(5/3)$ .
8. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione 
$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ \sin(\pi + x) & x < 0 \end{cases}$$
  
**A:**  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$     **B:**  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$     **C:**  $\mathbb{Q}$     **D:**  $(x \neq 0, x \neq 0)$ .
9. La retta tangente al grafico di  $y(x) = 2(e^{x^2} + x)$  nel punto  $(1, 2(1 + e))$  è  
**A:**  $y = 2(1 + e) + (4e + 2)(x - 1)$     **B:**  $y = 2e + 2(e + 1)(x - 1)$   
**C:**  $y - 2(1 + e) = (4e + 2)(x - 1)^2$     **D:**  $y = 2 + 2e$ .
10. L'integrale 
$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{2 + x^2} dx$$
  
**A:** esiste finito    **B:**  $+\infty$     **C:** N.E.    **D:**  $-\infty$ .
11.  $\frac{d}{dx} \log(\tan(x^2))$  è uguale a:  
**A:**  $\frac{2x}{\sin(x^2) \cos(x^2)}$     **B:**  $\frac{2x}{\tan(x^2) \cos(x^2)}$     **C:**  $\frac{2x}{\tan^2(x^2) \cos^2(x^2)}$     **D:**  $-\frac{2x(1 + \tan(x^2))}{\tan(x^2)}$
12. Una soluzione della equazione  $x'(t) = t x(t)$  è  
**A:**  $e^{t^2/2}$     **B:**  $e^{-t} + te^t$     **C:**  $e^{t^2/2} + e^{-t^2/2}$     **D:**  $e^{t+t^2}$ .
13. Quante soluzioni ha l'equazione  $e^x + x = 1$ ?  
**A:** nessuna    **B:** 1    **C:** 2    **D:** 3.

14. Calcolare

$$\int_1^e \log(2x) dx$$

**A:**  $1 + (e + 1) \log(2)$    **B:** N.E.   **C:**  $1 + (e - 1) \log(2)$    **D:** 0.

15. Le soluzioni di  $x'(t) + x(t) = t^2$  sono

**A:**  $ce^{-t} + t^2 - 2t + 2$    **B:**  $ce^t + t^2 - 2t + 2$    **C:**  $ce^{-t} + t^2 + 2t - 2$    **D:**  $ce^t + t^2 + 2t + 2$ .

16. Le soluzioni della equazione  $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = t + e^t$  sono

**A:**  $c_1te^{2t} + c_2e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$    **B:**  $c_1te^{2t} + c_2e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$   
**C:**  $c_1e^{-2t} + c_2e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$    **D:**  $c_1e^{-2t} + c_2e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$ .

17. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

è uguale a

**A:**  $2 + \pi/2$    **B:**  $2 - \pi/2$    **C:** 0   **D:**  $\pi/4$ .

18. Calcolare il minimo assoluto di  $f(x) = |x^2 + 2x + 3|$

**A:** N.E.   **B:** -2   **C:** 0   **D:** 2.

## Parte B

19. Il numero  $\frac{1+2i}{3-2i}$  è uguale a

**A:**  $-\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$    **B:**  $\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$    **C:**  $-\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$    **D:**  $\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$

20. Modulo e argomento di  $-4 - 4i$  sono

**A:**  $(4\sqrt{2}, 3\pi/4)$    **B:**  $(4\sqrt{2}, \pi/4)$    **C:**  $(4\sqrt{2}, -3\pi/4)$    **D:**  $(4\sqrt{2}, -\pi/3)$

21. La dimensione del nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 3y + z \\ x + y + z \\ y - z \end{pmatrix}$  è uguale a

**A:** 0   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

22. Calcolare (con Laplace) il determinante di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  **A:** 0   **B:** 1   **C:** -1   **D:** 2.

23. Le soluzioni di

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = (2, 6, 10)$$

sono

**A:** (2, 0)   **B:** (2, t + 1)   **C:** (t - 3, 2)   **D:** (0, 2).

24. La dimensione dello spazio generato da  $v_1 = (1, 0, 0, 1)$   $v_2 = (2, 8, 0, 0)$   $v_3 = (2, 3, 4, 5)$  è uguale a

**A:** 0   **B:** 1   **C:** 2   **D:** 3.

25. Una base dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  è

**A:**  $v_1 = (0, 1, 2, 4), v_2 = (0, 2, 4, 8)$     **B:**  $v_1 = (0, 2, 4, 8), v_2 = (2, 1, 3, 0),$

**C:**  $v_1 = (4, 3, 8, 4)$     **D:**  $v_1 = (0, 2, 4, 8), v_2 = (2, 1, 3, 0), v_3 = (4, 3, 8, 4).$

26. La matrice inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  è uguale a:

**A:**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$     **B:**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3/2 \end{pmatrix}$     **C:** N.E.    **D:**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

27. Determinare la proiezione di  $(1, 1, 2, 1)$  nella direzione di  $(0, 1, 1, 2)$

**A:**  $(0, 5/6, 5/6, 5/3)$     **B:**  $(0, 5/3, 5/3, 5/6)$     **C:**  $(1/6, 1/6, 5/3, 1/6)$     **D:**  $(1/6, 1/6, 1/6, 5/3).$