Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova di Matematica

Pisa, 13 gennaio 2005

Numero compito: 462131

- **Tempo: 1 ora.**
- **Non si possono usare calcolatrici.**
- **Ricordarsi di segnare le risposte sul foglio di consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.**
- **Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.**
- **Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).**

Parte A

1. Lo sviluppo, col binomio di Newton di $(1-z)^4$ è

   A: $1-4z-6z^2-4z^3+z^4$ **B:** $1+4z+6z^2+4z^3+z^4$

   C: $1-4z+6z^2-4z^3+z^4$ **D:** $-1+4z-6z^2+4z^3-z^4$

2. Elencare, nell'ordine: inf, sup, min, max dell'insieme $\left\{(1+(-1)^n)\frac{n-1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}\right\}$

   A: 0, 2, 0, N.E. **B:** 0, 3/2, 0, 3/2. **C:** 0, 2, 0, 2. **D:** 0, 3/2, N.E., 3/2.

3. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \geq 0 \\ \sin(\pi + x) & x < 0 \end{cases}$$

   A: $(\mathbb{R}, x \neq 0)$ **B:** $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ **C:** $\mathbb{Q}$ **D:** $(x \neq 0, x \neq 0)$.

4. Dire per quali α il limite $\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(e^x+1)}{x^\alpha}$ è finito e diverso da zero.

   A: $\alpha \geq 1$ **B:** $\alpha = 1$ **C:** $\alpha < 0$ **D:** $\alpha \neq 0$.

5. Calcolare il minimo assoluto di $f(x) = |x^2 + 2x + 3|$

   A: N.E. **B:** -2 **C:** 0 **D:** 2.

6. $\frac{d}{dx} \log(\tan(x^2))$ è uguale a:

   A: $\frac{2x}{\sin(x^2)\cos(x^2)}$ **B:** $\frac{2x}{\tan(x^2)\cos(x^2)}$ **C:** $\frac{2x}{\tan^2(x^2)\cos^2(x^2)}$ **D:** $-\frac{2x(1+\tan(x^2))}{\tan(x^2)}$

7. Calcolare

$$\int_1^{e} \log(2x)\, dx$$

   A: $1 + (e+1)\log(2)$ **B:** N.E. **C:** $1 + (e-1)\log(2)$ **D:** 0.

8. La funzione $\sin^2(x)$ sull'intervallo $[-1/2, 1/2]$ è

   A: convessa **B:** concava **C:** ha un flesso **D:** non derivabile.

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = 2(e^{x^2} + x)$ nel punto $(1, 2(1+e))$ è

   A: $y = 2(1+e) + (4e+2)(x-1)$ **B:** $y = 2e + 2(e+1)(x-1)$

   C: $y - 2(1+e) = (4e+2)(x-1)^2$ **D:** $y = 2 + 2e$.

10. Calcolare

$$\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)}\, dx$$

   A: $\log(5/3)$ **B:** $\log(4/3)$ **C:** $\log(3/3)$ **D:** $-\log(5/3)$.

11. Le soluzioni della equazione $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = t + e^t$ sono

   A: $c_1 te^{2t} + c_2 e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$ **B:** $c_1 te^{2t} + c_2 e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$

   C: $c_1 e^{-2t} + c_2 e^{2t} + t/4 + 1/4 + e^t$ **D:** $c_1 e^{-2t} + c_2 e^{2t} + t^2/4 + 1/4 + e^t$.

12. Calcolare la derivata di $x^{x/\log(x)}$

   A: $\frac{x^{x/\log(x)-1}}{\log^2(x)}$ **B:** e^x **C:** $\frac{x^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$ **D:** $\frac{(x-1)^{(x-1)/\log(x)}}{\log^2(x)}$.

13. Una soluzione della equazione $x'(t) = t\,x(t)$ è

A: $e^{t^2/2}$ **B:** $e^{-t} + te^t$ **C:** $e^{t^2/2} + e^{-t^2/2}$ **D:** e^{t+t^2}.

14. Quante soluzioni ha l'equazione $e^x + x = 1$?

A: nessuna **B:** 1 **C:** 2 **D:** 3.

15. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1}\,dx$$

è uguale a

A: $2 + \pi/2$ **B:** $2 - \pi/2$ **C:** 0 **D:** $\pi/4$.

16. Le soluzioni di $x'(t) + x(t) = t^2$ sono

A: $c\,e^{-t} + t^2 - 2t + 2$ **B:** $c\,e^t + t^2 - 2t + 2$ **C:** $c\,e^{-t} + t^2 + 2t - 2$ **D:** $c\,e^t + t^2 + 2t + 2$.

17. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{2+x^2}\,dx$$

A: esiste finito **B:** $+\infty$ **C:** $N.E.$ **D:** $-\infty$.

18. La funzione da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$: $f(x) = x^3 - x^2$ è

A: iniettiva **B:** suriettiva **C:** biiettiva **D:** limitata.

Parte B

19. Determinare la proiezione di $(1, 1, 2, 1)$ nella direzione di $(0, 1, 1, 2)$

A: $(0, 5/6, 5/6, 5/3)$ **B:** $(0, 5/3, 5/3, 5/6)$ **C:** $(1/6, 1/6, 5/3, 1/6)$ **D:** $(1/6, 1/6, 1/6, 5/3)$.

20. Modulo e argomento di $-4 - 4i$ sono

A: $(4\sqrt{2}, 3\pi/4)$ **B:** $(4\sqrt{2}, \pi/4)$ **C:** $(4\sqrt{2}, -3\pi/4)$ **D:** $(4\sqrt{2}, -\pi/3)$

21. La dimensione dello spazio generato da $v_1 = (1, 0, 0, 1)$ $v_2 = (2, 8, 0, 0)$ $v_3 = (2, 3, 4, 5)$ è uguale a

A: 0 **B:** 1 **C:** 2 **D:** 3.

22. Calcolare (con Laplace) il determinante di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **A:** 0 **B:** 1 **C:** -1 **D:** 2.

23. La matrice inversa di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ è uguale a:

A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **B:** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 3/2 \end{pmatrix}$ **C:** N.E. **D:** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

24. La dimensione del nucleo della applicazione lineare $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+3y+z \\ x+y+z \\ y-z \end{pmatrix}$ è uguale a

    A: 0 **B:** 1 **C:** 2 **D:**3.

25. Una base dell'immagine della applicazione lineare identificata con la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ è

    A: $v_1 = (0,1,2,4), v_2 = (0,2,4,8)$ **B:** $v_1 = (0,2,4,8), v_2 = (2,1,3,0)$,
    C: $v_1 = (4,3,8,4)$ **D:** $v_1 = (0,2,4,8), v_2 = (2,1,3,0), v_3 = (4,3,8,4)$.

26. Le soluzioni di

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = (2,6,10)$$

    sono

    A: $(2,0)$ **B:** $(2,t+1)$ **C:** $(t-3,2)$ **D:** $(0,2)$.

27. Il numero $\frac{1+2i}{3-2i}$ è uguale a

    A: $-\frac{1}{13}+\frac{8}{13}i$ **B:** $\frac{1}{13}+\frac{8}{13}i$ **C:** $-\frac{1}{13}-\frac{8}{13}i$ **D:** $\frac{1}{13}-\frac{8}{13}i$