

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta di Matematica

Data: 1-giugno-2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

CODICE = 867698

PARTE A

1. Qual'è l'immagine della funzione $f(x) = x^{2x}$ per $x \in [1, 2]$?

A: $[1, +\infty[$ B: $[1/2, 2]$ C: $[1, 16]$ D: $] - 1, 0]$

2. La funzione $f(x) = e^{x - \log(x)}$ ha minimo locale in

A: 1 B: N.E. C: 0 D: $-1/4$

3. Per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha che $\sqrt{x-1} \leq x$?

A: \mathbb{R} B: \emptyset C: $x < 1$ D: $x \geq 1$

4. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme $1/x$, $x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

A: $(0, +\infty, N.E., N.E)$ B: $(-\infty, 0, 0., N.E)$ C: $(0, +\infty, 0, N.E)$ D: $(-\infty, +\infty, N.E., N.E)$

5.

$$\int_0^{\pi/2} 2xe^{2x}$$

A: $0.5(1 - e^\pi(\pi - 1))$ B: $0.5(1 - e^\pi(\pi + 1))$ C: $0.5(1 + e^\pi(\pi - 1))$ D: $0.5(1 + e^\pi(\pi + 1))$

6. Sia $f(x) = \sin(e^x)$. Allora $f''(0)$ è uguale a?

A: $\tan(1)$ B: $\cos(1) - \sin(1)$ C: $\cos(1) + \sin(1)$ D: $e^x \cos(x) - \sin(x)$

7. Il limite $\lim_{z \rightarrow 2^-} \cos(\pi z/6)$ è uguale a

A: $1/\sqrt{2}$ B: $\sqrt{3}/2$ C: N.E. D: $1/2$

8. Il dominio della funzione $f(x) = \tan(\sin(x))$ è?

A: $x \geq 0$ B: \mathbb{R} C: $x \neq k\pi/2$ D: $] - \pi/2, \pi/2[$

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(e^{x^2})$ nel punto $(0, \sin(1))$ è

A: $y = 1 - \sin(1)x$ B: $y = \sin(1)$ C: $y = 1 + \sin(1)x$ D: $y = \sin(1) + \cos(1)x$

10. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\beta}{2 + \cos(x)}$$

è uguale a zero per

A: $\beta < 0$ B: $\beta > 1$ C: $\beta \leq 0$ D: $\beta \geq 1$

11. L'integrale

$$\int_{-2}^{-1} x^2 e^{x^3} dx$$

A: $\frac{e^7 - 1}{3e^8}$ B: $\frac{e^{-8}}{2 + \sin(-1)}$ C: $e^{-1} - 4e^{-2}$ D: $\frac{3e^2}{3 - e^2}$

12. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 \sin(10x) - 1}{\cos(x) + 2x^2 - 3x^3}$$

A: $-2/3$ B: $3/2$ C: $-3/2$ D: $+2/3$

13. Sia $y(x)$ l'unica soluzione di $y'(x) = \pi y(x)$ con la condizione iniziale $y(0) = 1$.

A: $y(x)$ non è derivabile in $x = 0$ B: $y(x)$ si annulla in almeno un punto. C: $y(x)$ è sempre positiva D: $y(x)$ è limitata

14. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x-1) & x \leq 1 \\ \log(x) & x > 1 \end{cases}$$

A: $(\mathbb{R}, x \neq 1)$ B: $(x \neq 1, x \neq 1)$ C: $(x \neq 1, \mathbb{R})$ D: (\mathbb{R}, \mathbb{R})

15. Le soluzioni della equazione $x''(t) + 3x(t) = \sin(3t)$ sono

A: $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) - \frac{t}{2\sqrt{3}} \cos(\sqrt{3}t)$ B: $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) + \sin(3t)/6$ C: $c_1 e^{\sqrt{3}t} + e^{-\sqrt{3}t} - \sin(3t)/6$ D: $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) - \sin(3t)/6$

16. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx$$

A: $+\infty$ B: vale $\pi^2/6$ C: $-\infty$ D: è finito e positivo

17. Quante soluzioni ha l'equazione $e^x = x + 1$

A: 0 B: infinite C: 2 D: 1

18. La funzione $f(x) = e^{\log(2x)}$

A: $f(-1) = -2$ B: è integrabile su $[0, +\infty[$ C: è limitata superiormente D: è monotona crescente

PARTE B

19. Il determinante di $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ è

A: 1 B: 2 C: -1 D: 0

20. Modulo e argomento del numero complesso $\sqrt{3} - i$ sono

A: $(\sqrt{2}, \pi/6)$ B: $(2, \pi/3)$ C: $(2, -\pi/6)$ D: $(2, \pi/6)$

21. Il rango di $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ è

A: 4 B: 1 C: 3 D: 2

22. Dati $v = (1, 2)$, e $w = (1, 1)$ le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} (x, y)v^T = 1 \\ (x, y)w^T = 0 \end{cases}$$

sono

A: N.E. B: $(x, y) = (-1, 1)$ C: $(x, y) = (-t, 1) t \in \mathbb{R}$ D: $(x, y) = (t-1, t+1) t \in \mathbb{R}$

23. Il nucleo della applicazione lineare $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y + 3w + z \\ x + w + z \\ 4y + 4w + z \end{pmatrix}$ è

A: $\text{span}\langle (1, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1) \rangle$ B: $\{0\}$ C: $\text{span}\langle (1, 1, -1, 0) \rangle$ D: $(t, s, t+s, 0) t, s \in \mathbb{R}$

24. Parte reale e immaginaria del numero $(2 + 2i)(6 - 2i)^{-1}$ sono

A: $\frac{1}{10} + \frac{i}{5}$ B: $\frac{1}{5} + \frac{2i}{5}$ C: $\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$ D: $\frac{1}{10} - \frac{2i}{10}$

25. Sia $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$ definito da $v_k = \sqrt{k+1}$. Allora $\|v\|^2$ è uguale a

A: -14 B: 14 C: $\sqrt{14}$ D: 1

26. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A: ha infinite soluzioni tutte di norma 1 B: ha infinite soluzioni C: non ha soluzione D: ha una soluzione di norma 1

27. Sia $w = (1, 3, 5)$. La funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = \langle w, 2v \rangle$$

A: è iniettiva B: non è lineare C: è lineare D: non è lineare ma è iniettiva