

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

## Prova scritta di Matematica

Data: 1-giugno-2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Prima di aprire il compito copiare il numero del compito sul foglio che si consegna.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 747132**

## PARTE A

1.

$$\int_0^{\pi/2} 2xe^{2x}$$

A:  $0.5(1 - e^\pi(\pi - 1))$    B:  $0.5(1 + e^\pi(\pi - 1))$    C:  $0.5(1 + e^\pi(\pi + 1))$    D:  $0.5(1 - e^\pi(\pi + 1))$

2. Qual'è l'immagine della funzione  $f(x) = x^{2x}$  per  $x \in [1, 2]$ ?

A:  $[1/2, 2]$    B:  $[1, +\infty[$    C:  $] - 1, 0]$    D:  $[1, 16]$

3. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $1/x$ ,  $x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

A:  $(0, +\infty, 0, N.E.)$    B:  $(-\infty, +\infty, N.E., N.E.)$    C:  $(0, +\infty, N.E., N.E.)$    D:  $(-\infty, 0, 0., N.E.)$

4. Il dominio della funzione  $f(x) = \tan(\sin(x))$  è?

A:  $x \geq 0$    B:  $] - \pi/2, \pi/2[$    C:  $x \neq k\pi/2$    D:  $\mathbb{R}$

5. Per quali  $x \in \mathbb{R}$  si ha che  $\sqrt{x-1} \leq x$ ?

A:  $\emptyset$    B:  $\mathbb{R}$    C:  $x < 1$    D:  $x \geq 1$

6. La funzione  $f(x) = e^{x-\log(x)}$  ha minimo locale in

A: N.E.   B: 0   C: 1   D:  $-1/4$

7. Il limite  $\lim_{z \rightarrow 2^-} \cos(\pi z/6)$  è uguale a

A:  $1/\sqrt{2}$    B: N.E.   C:  $\sqrt{3}/2$    D:  $1/2$

8. Sia  $f(x) = \sin(e^x)$ . Allora  $f''(0)$  è uguale a?

A:  $\tan(1)$    B:  $\cos(1) - \sin(1)$    C:  $e^x \cos(x) - \sin(x)$    D:  $\cos(1) + \sin(1)$

9. Quante soluzioni ha l'equazione  $e^x = x + 1$

A: 2   B: 1   C: 0   D: infinite

10. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx$$

A: vale  $\pi^2/6$    B:  $+\infty$    C: è finito e positivo   D:  $-\infty$

11. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin(e^{x^2})$  nel punto  $(0, \sin(1))$  è

A:  $y = \sin(1) + \cos(1)x$    B:  $y = 1 - \sin(1)x$    C:  $y = 1 + \sin(1)x$    D:  $y = \sin(1)$

12. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x^2 \sin(10x) - 1}{\cos(x) + 2x^2 - 3x^3}$$

A:  $+2/3$    B:  $-2/3$    C:  $3/2$    D:  $-3/2$

13. Le soluzioni della equazione  $x''(t) + 3x(t) = \sin(3t)$  sono

A:  $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) + \sin(3t)/6$    B:  $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) - \sin(3t)/6$    C:  $c_1 e^{\sqrt{3}t} + e^{-\sqrt{3}t} - \sin(3t)/6$    D:  $c_1 \cos(\sqrt{3}t) + \sin(\sqrt{3}t) - \frac{t}{2\sqrt{3}} \cos(\sqrt{3}t)$

14. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\beta}{2 + \cos(x)}$$

è uguale a zero per

A:  $\beta > 1$    B:  $\beta \leq 0$    C:  $\beta \geq 1$    D:  $\beta < 0$

15. Sia  $y(x)$  l'unica soluzione di  $y'(x) = \pi y(x)$  con la condizione iniziale  $y(0) = 1$ .  
 A:  $y(x)$  non è derivabile in  $x = 0$    B:  $y(x)$  è sempre positiva   C:  $y(x)$  è limitata   D:  $y(x)$  si annulla in almeno un punto.

16. L'integrale

$$\int_{-2}^{-1} x^2 e^{x^3} dx$$

A:  $\frac{e^{-8}}{2+\sin(-1)}$    B:  $e^{-1} - 4e^{-2}$    C:  $\frac{3e^2}{3-e^2}$    D:  $\frac{e^7-1}{3e^8}$

17. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x-1) & x \leq 1 \\ \log(x) & x > 1 \end{cases}$$

A:  $(x \neq 1, \mathbb{R})$    B:  $(x \neq 1, x \neq 1)$    C:  $(\mathbb{R}, x \neq 1)$    D:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$

18. La funzione  $f(x) = e^{\log(2x)}$

A: è monotona crescente   B: è integrabile su  $[0, +\infty[$    C: è limitata superiormente   D:  $f(-1) = -2$

### PARTE B

19. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 0   B: 1   C: 2   D: -1

20. Modulo e argomento del numero complesso  $\sqrt{3} - i$  sono

A:  $(\sqrt{2}, \pi/6)$    B:  $(2, \pi/6)$    C:  $(2, -\pi/6)$    D:  $(2, \pi/3)$

21. Parte reale e immaginaria del numero  $(2 + 2i)(6 - 2i)^{-1}$  sono

A:  $\frac{1}{10} + \frac{i}{5}$    B:  $\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$    C:  $\frac{1}{5} + \frac{2i}{5}$    D:  $\frac{1}{10} - \frac{2i}{10}$

22. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y + 3w + z \\ x + w + z \\ 4y + 4w + z \end{pmatrix}$  è

A:  $\{0\}$    B:  $(t, s, t + s, 0) \ t, s \in \mathbb{R}$    C:  $\text{span}\langle (1, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1) \rangle$    D:  $\text{span}\langle (1, 1, -1, 0) \rangle$

23. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 2   B: 4   C: 3   D: 1

24. Dati  $v = (1, 2)$ , e  $w = (1, 1)$  le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} (x, y)v^T = 1 \\ (x, y)w^T = 0 \end{cases}$$

sono

A:  $(x, y) = (-1, 1)$    B:  $(x, y) = (t - 1, t + 1) \ t \in \mathbb{R}$    C:  $(x, y) = (-t, 1) \ t \in \mathbb{R}$    D: N.E.

25. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A: ha una soluzione di norma 1    B: ha infinite soluzioni tutte di norma 1    C: ha infinite soluzioni  
D: non ha soluzione

26. Sia  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix}$  definito da  $v_k = \sqrt{k+1}$ . Allora  $\|v\|^2$  è uguale a

A: 1    B: 14    C:  $\sqrt{14}$     D: -14

27. Sia  $w = (1, 3, 5)$ . La funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = \langle w, 2v \rangle$$

A: è lineare    B: non è lineare ma è iniettiva    C: non è lineare    D: è iniettiva