

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

CODICE = 496064

PARTE A

1. L'insieme delle soluzioni di $x''' + 2x' = t$ è
 A: $c_1 + c_2 e^{-i\sqrt{2}t} + t^2$ B: $c_1 + c_2 \cos(t\sqrt{2}) + c_3 \sin(t\sqrt{2}) + \frac{1}{4}t^2$ C: $c_1 e^{i\sqrt{2}t} + c_2 e^{-i\sqrt{2}t} + t^2/2$ D:
 $c_1 + c_2 e^{it} + c_3 e^{-it} + t$
2. Quale, dei punti indicati nelle risposte, è interno a $]0, 3] \cup \{1\} \cup]-2, -3/2[$?
 A: 2 B: 0 C: 3 D: -1
3. Calcolare $\int_0^{\pi/4} e^x \sin x$
 A: 0 B: e C: $e^{\pi/2}$ D: 1/2
4. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \sin^2 x$ vale
 A: x^2 B: $x + x^2$ C: $1 + x$ D: $x + \frac{x^2}{6}$
5. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^x & x > 0 \\ \sin(x)/x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$
 in $x = 0$
 A: è discontinua, ma convergente B: almeno uno dei limiti destro o sinistro è infinito o non esiste
 C: è continua D: i limiti destro e sinistro esistono finiti, ma sono diversi
6. L'insieme delle soluzioni di $x''' - x = 0$ è
 A: $c_1 e^t + c_2 t e^t + c_3 t^2 e^t$ B: $c_1 + c_2 e^t$ C: $c_1 e^t + c_2 e^{-t/2} \cos(t\sqrt{3}/2) + c_3 e^{-t/2} \sin(t\sqrt{3}/2)$ D:
 $c_1 e^t$
7. Quante soluzioni ha l'equazione $\lg x = \frac{x}{2}$?
 A: infinite B: nessuna C: 1 D: 2
8. La funzione $\sqrt{x^2 + 2x + 2}$
 A: è limitata B: è limitata superiormente C: ha minimo assoluto D: è crescente
9. Una primitiva di $\frac{\arctan^2 x}{1+x^2}$ è
 A: $\arctan^2 x + 1$ B: $2 \arctan x$ C: $\frac{1}{3} \arctan^3 x + 1$ D: $(\frac{1}{1+x^2})^2$
10. La funzione $1/\sin x$ è
 A: decrescente su $[-1, 1]$ B: decrescente su $]0, 1[$ C: decrescente su $[-1, 0[\cup]0, 1]$ D: limitata
11. La funzione $f(x) = \sin^2 x$ è
 A: concava su \mathbb{R} B: crescente su $[-10\pi, 10\pi]$ C: convessa su \mathbb{R} D: convessa su $[-\pi/4, \pi/4]$
12. La funzione e^{x^3}
 A: è integrabile su \mathbb{R}^- B: è integrabile su \mathbb{R} C: non è integrabile su nessun intervallo illimitato
 D: è integrabile su \mathbb{R}^+
13. Il numero $1 - \sqrt{2}$
 A: è irrazionale B: ha quadrato negativo C: è razionale D: è positivo
14. Una primitiva di $\frac{1}{x+x^3}$ è
 A: $\lg|x| - \arctan x$ B: $\lg|x| - \frac{1}{2} \lg(1+x^2)$ C: $1/x + \lg|x|$ D: $\arctan|x|$

15. Determinare α in modo che

$$\frac{\lg^\alpha(x+1)}{1-\cos x}$$

converga ad un limite finito e diverso da zero per $x \rightarrow 0$

A: 2 B: -1 C: 0 D: 1

16. La retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(\cos x)$ in $x_0 = 0$ è

A: $y = 1$ B: $y = 1 + x$ C: $y = 1 + x^2$ D: $y = \sin(1)$

17. Determinare sup, inf, max, min di $]0, 3] \cup]1, -3/2]$

A: 3, -2, N.E., N.E. B: 3, -2, 3, -2 C: 3, -2, 3, N.E. D: 3, -1, N.E., N.E.

18. L'insieme delle soluzioni di $\sqrt{x-1} > \sqrt{x-2}$

A: \mathbb{R} B: $x > 1$ C: $x > 2$ D: $x \geq 2$

PARTE B

19. L'applicazione $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2x+z \\ |x+y| \end{pmatrix}$

A: è suriettiva B: è iniettiva C: non è lineare D: è biiettiva

20. La dimensione di $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle$ è

A: 0 B: 3 C: 2 D: 1

21. Le soluzioni complesse di $z = 2\bar{z}$ sono

A: $ix, x \in \mathbb{R}$ B: \mathbb{R} C: 0 D: $1 \pm i$

22. Il determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ vale

A: 7 B: -1 C: -2 D: 12

23. Determinare la matrice A in modo che l'applicazione $T(x) = Ax$ verifichi

$$T(e_1) = e_1, T(e_2) = e_3, T(e_3) = e_1 + e_2 + e_3$$

A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

24. I tre vettori $(1, 1, 0), (-1, 1, 0), (0, 0, 3)$ sono

A: ortogonali a due a due B: complanari C: l'uno multiplo dell'altro D: di norma 1

25. L'insieme delle soluzioni di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

A: $(1, 1, 1, 0)$ B: $t(1, 1, 1, -2) + (1/2, 1/2, -1/2, 0)$ C: $\{0\}$ D: $t(1, 1, 1, 1) + (0, 1/2, 1, 0)$

26. La lunghezza del vettore proiezione di $(1, 1, 1)$ lungo $(1, 1, 0)$ è

A: $1/\sqrt{2}$ B: $\sqrt{2}$ C: 1 D: $\sqrt{3}$

27. Per quali $\lambda \in \mathbb{C}$ il sistema $\begin{cases} (1 - \lambda)x + y = 0 \\ x + (1 - \lambda)y = 0 \end{cases}$ ha più di una soluzione?

A: N.E. B: $\lambda = 0, 2$ C: $\forall \lambda \in \mathbb{C}$ D: $\lambda = 0, 1$