

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

CODICE = 271892

PARTE A

1. Una primitiva di $\frac{\arctan^2 x}{1+x^2}$ è

A: $\frac{1}{3} \arctan^3 x + 1$ B: $(\frac{1}{1+x^2})^2$ C: $2 \arctan x$ D: $\arctan^2 x + 1$

2. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^x & x > 0 \\ \sin(x)/x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

in $x = 0$

A: è discontinua, ma convergente B: è continua C: i limiti destro e sinistro esistono finiti, ma sono diversi D: almeno uno dei limiti destro o sinistro è infinito o non esiste

3. Quale, dei punti indicati nelle risposte, è interno a $]0, 3] \cup \{1\} \cup]-2, -3/2]$?

A: 0 B: 2 C: 3 D: -1

4. L'insieme delle soluzioni di $\sqrt{x-1} > \sqrt{x-2}$

A: \mathbb{R} B: $x \geq 2$ C: $x > 1$ D: $x > 2$

5. Calcolare $\int_0^{\pi/4} e^x \sin x$

A: 0 B: $e^{\pi/2}$ C: e D: 1/2

6. Determinare sup, inf, max, min di $]0, 3] \cup]1, -2, -3/2]$

A: 3, -1, N.E, N.E B: 3, -2, 3, N.E. C: 3, -2, N.E, N.E. D: 3, -2, 3, -2

7. La funzione e^{x^3}

A: è integrabile su \mathbb{R}^+ B: è integrabile su \mathbb{R} C: non è integrabile su nessun intervallo illimitato
D: è integrabile su \mathbb{R}^-

8. La funzione $\sqrt{x^2 + 2x + 2}$

A: è limitata B: è crescente C: è limitata superiormente D: ha minimo assoluto

9. La funzione $f(x) = \sin^2 x$ è

A: convessa su \mathbb{R} B: crescente su $[-10\pi, 10\pi]$ C: concava su \mathbb{R} D: convessa su $[-\pi/4, \pi/4]$

10. Determinare α in modo che

$$\frac{\lg^\alpha(x+1)}{1 - \cos x}$$

converga ad un limite finito e diverso da zero per $x \rightarrow 0$

A: 0 B: 2 C: -1 D: 1

11. Quante soluzioni ha l'equazione $\lg x = \frac{x}{2}$?

A: infinite B: nessuna C: 1 D: 2

12. La retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(\cos x)$ in $x_0 = 0$ è

A: $y = 1 + x^2$ B: $y = 1 + x$ C: $y = 1$ D: $y = \sin(1)$

13. La funzione $1/\sin x$ è

A: decrescente su $[-1, 1]$ B: decrescente su $]0, 1]$ C: limitata D: decrescente su $[-1, 0] \cup]0, 1]$

14. Una primitiva di $\frac{1}{x+x^3}$ è

A: $\lg|x| - \frac{1}{2} \lg(1+x^2)$ B: $1/x + \lg|x|$ C: $\arctan|x|$ D: $\lg|x| - \arctan x$

15. Il numero $1 - \sqrt{2}$
 A: è razionale B: è positivo C: è irrazionale D: ha quadrato negativo
16. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \sin^2 x$ vale
 A: $x + \frac{x^2}{6}$ B: $x + x^2$ C: x^2 D: $1 + x$
17. L'insieme delle soluzioni di $x''' + 2x' = t$ è
 A: $c_1 + c_2 \cos(t\sqrt{2}) + c_3 \sin(t\sqrt{2}) + \frac{1}{4}t^2$ B: $c_1 e^{i\sqrt{2}t} + c_2 e^{-i\sqrt{2}t} + t^2/2$ C: $c_1 + c_2 e^{it} + c_3 e^{-it} + t$
 D: $c_1 + c_2 e^{-i\sqrt{2}t} + t^2$
18. L'insieme delle soluzioni di $x''' - x = 0$ è
 A: $c_1 e^t$ B: $c_1 e^t + c_2 t e^t + c_3 t^2 e^t$ C: $c_1 e^t + c_2 e^{-t/2} \cos(t\sqrt{3}/2) + c_3 e^{-t/2} \sin(t\sqrt{3}/2)$ D: $c_1 + c_2 e^t$

PARTE B

19. Per quali $\lambda \in \mathbb{C}$ il sistema $\begin{cases} (1-\lambda)x + y = 0 \\ x + (1-\lambda)y = 0 \end{cases}$ ha più di una soluzione?
 A: $\lambda = 0, 2$ B: $\forall \lambda \in \mathbb{C}$ C: N.E. D: $\lambda = 0, 1$
20. L'insieme delle soluzioni di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
 A: $t(1, 1, 1, 1) + (0, 1/2, 1, 0)$ B: $t(1, 1, 1, -2) + (1/2, 1/2, -1/2, 0)$ C: $(1, 1, 1, 0)$ D: $\{0\}$
21. Le soluzioni complesse di $z = 2\bar{z}$ sono
 A: 0 B: \mathbb{R} C: $ix, x \in \mathbb{R}$ D: $1 \pm i$
22. La dimensione di $\left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle$ è
 A: 1 B: 0 C: 3 D: 2
23. La lunghezza del vettore proiezione di $(1, 1, 1)$ lungo $(1, 1, 0)$ è
 A: $\sqrt{2}$ B: $1/\sqrt{2}$ C: 1 D: $\sqrt{3}$
24. Determinare la matrice A in modo che l'applicazione $T(x) = Ax$ verifichi
 $T(e_1) = e_1, T(e_2) = e_3, T(e_3) = e_1 + e_2 + e_3$
 A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
25. I tre vettori $(1, 1, 0), (-1, 1, 0), (0, 0, 3)$ sono
 A: complanari B: l'uno multiplo dell'altro C: ortogonali a due a due D: di norma 1
26. L'applicazione $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2x + z \\ |x + y| \end{pmatrix}$
 A: è biiettiva B: è suriettiva C: è iniettiva D: non è lineare
27. Il determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ vale
 A: -2 B: -1 C: 7 D: 12