- **Tempo 1 ora.**
- **Non si possono usare calcolatrici.**
- **Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.**
- **Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).**

CODICE = 409169

PARTE A

1. Quante soluzioni ha l'equazione $\lg x = \frac{x}{2}$?

   A: 1 B: nessuna C: infinite D: 2

2. La funzione $f(x) = \sin^2 x$ è

   A: crescente su $[-10\pi, 10\pi]$ B: convessa su $\mathbb{R}$ C: concava su $\mathbb{R}$ D: convessa su $[-\pi/4, \pi/4]$

3. L'insieme delle soluzioni di $\sqrt{x-1} > \sqrt{x-2}$

   A: $x > 2$ B: $\mathbb{R}$ C: $x \geq 2$ D: $x > 1$

4. Una primitiva di $\frac{1}{x+x^3}$ è

   A: $\arctan|x|$ B: $\lg|x| - \frac{1}{2}\lg(1+x^2)$ C: $\lg|x| - \arctan x$ D: $1/x + \lg|x|$

5. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \sin^2 x$ vale

   A: $1 + x$ B: x^2 C: $x + \frac{x^2}{6}$ D: $x + x^2$

6. La retta tangente al grafico di $f(x) = \sin(\cos x)$ in $x_0 = 0$ è

   A: $y = 1 + x$ B: $y = 1 + x^2$ C: $y = \sin(1)$
   D: $y = 1$

7. Calcolare $\int_0^{\pi/4} \mathrm{e}^x \sin x$

   A: $1/2$ B: $\mathrm{e}^{\pi/2}$ C: e D: 0

8. La funzione $\sqrt{x^2 + 2x + 2}$

   A: ha minimo assoluto B: è limitata C: è limitata superiormente D: è crescente

9. Determinare $\sup, \inf, \max, \min$ di $]0,3] \cup 1 \cup]-2,-3/2]$

   A: $3, -2, N.E, N.E.$ B: $3, -2, 3, -2$ C: $3, -2, 3, N.E.$ D: $3, -1, N.E, N.E$

10. Quale, dei punti indicati nelle risposte, è interno a $]0,3] \cup \{1\} \cup]-2,-3/2]$?

    A: 2 B: -1 C: 3 D: 0

11. La funzione $1/\sin x$ è

    A: decrescente su $[-1,1]$ B: decrescente su $]0,1]$ C: limitata D: decrescente su $[-1,0[\cup]0,1]$

12. La funzione e^{x^3}

    A: è integrabile su $\mathbb{R}$ B: è integrabile su $\mathbb{R}^+$ C: non è integrabile su nessun intervallo illimitato
    D: è integrabile su $\mathbb{R}^-$

13. L'insieme delle soluzioni di $x''' + 2x' = t$ è

    A: $c_1 + c_2\mathrm{e}^{it} + c_3\mathrm{e}^{-it} + t$ B: $c_1 + c_2\mathrm{e}^{-i\sqrt{2}t} + t^2$ C: $c_1\mathrm{e}^{i\sqrt{2}t} + c_2\mathrm{e}^{-i\sqrt{2}t} + t^2/2$ D: $c_1 + c_2\cos(t\sqrt{2}) + c_3\sin(t\sqrt{2}) + \frac{1}{4}t^2$

14. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^x & x > 0 \\ \sin(x)/x & x < 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

    in $x = 0$

    A: almeno uno dei limiti destro o sinistro è infinito o non esiste B: è discontinua, ma convergente
    C: i limiti destro e sinistro esistono finiti, ma sono diversi D: è continua

15. Determinare α in modo che
$$\frac{\lg^{\alpha}(x+1)}{1-\cos x}$$
converga ad un limite finito e diverso da zero per $x \to 0$

A: 2 B: 0 C: -1 D: 1

16. Una primitiva di $\frac{\arctan^2 x}{1+x^2}$ è

A: $2\arctan x$ B: $(\frac{1}{1+x^2})^2$ C: $\frac{1}{3}\arctan^3 x+1$ D: $\arctan^2 x+1$

17. Il numero $1-\sqrt{2}$

A: è positivo B: è razionale C: ha quadrato negativo D: è irrazionale

18. L'insieme delle soluzioni di $x'''-x=0$ è

A: $c_1\mathrm{e}^t+c_2t\,\mathrm{e}^t+c_3t^2\,\mathrm{e}^t$ B: $c_1+c_2\mathrm{e}^t$ C: $c_1\mathrm{e}^t+c_2\mathrm{e}^{-t/2}\cos(t\sqrt{3}/2)+c_3\mathrm{e}^{-t/2}\sin(t\sqrt{3}/2)$ D: $c_1\mathrm{e}^t$

PARTE B

19. L'applicazione $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2x+z \\ |x+y| \end{pmatrix}$

A: è suriettiva B: è biiettiva C: non è lineare D: è iniettiva

20. Per quali $\lambda \in \mathbb{C}$ il sistema $\begin{cases} (1-\lambda)\,x+y=0 \\ x+(1-\lambda)\,y=0 \end{cases}$ ha più di una soluzione?

A: $\forall\lambda\in\mathbb{C}$ B: $\lambda=0\,,\,2$ C: $\lambda=0\,,\,1$ D: N.E.

21. La dimensione di $\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \rangle$ è

A: 3 B: 1 C: 2 D: 0

22. Le soluzioni complesse di $z=2\overline{z}$ sono

A: $1\pm i$ B: $\mathbb{R}$ C: 0 D: $ix\,,\,x\in\mathbb{R}$

23. L'insieme delle soluzioni di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

A: $(1,1,1,0)$ B: $t(1,1,1,-2)+(1/2,1/2,-1/2,0)$ C: $t(1,1,1,1)+(0,1/2,1,0)$ D: $\{0\}$

24. Il determinante $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ vale

A: -2 B: -1 C: 7 D: 12

25. La lunghezza del vettore proiezione di $(1,1,1)$ lungo $(1,1,0)$ è

A: 1 B: $1/\sqrt{2}$ C: $\sqrt{3}$ D: $\sqrt{2}$

26. Determinare la matrice A in modo che l'applicazione $T(x)=A\,x$ verifichi
$$T(e_1)=e_1\,,\,T(e_2)=e_3\,,\,T(e_3)=e_1+e_2+e_3$$

A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

27. I tre vettori $(1,1,0)$,$(-1,1,0)$,$(0,0,3)$ sono

A: l'uno multiplo dell'altro B: ortogonali a due a due C: complanari D: di norma 1