

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Matematica

21 Settembre 2006

- Tempo 1 ora.
- Non si possono usare calcolatrici.
- Segnare le risposte solo sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- Ogni risposta esatta vale +1, mentre ogni risposta errata vale -1.
- Usare solo penne nere o blu (non matite e/o penne rosse).

**CODICE = 993013**

## PARTE A

1. La funzione  $f(x) = x \log(|x|)$  ha massimo locale in

A:  $x = -1/e$  B:  $x = 1/e$  C: 0 D:  $x = \pm 1/e$

2.

$$\int_0^{\pi/2} (3x) \cos(2x) dx$$

A:  $3/2$  B: 0 C:  $-3/2$  D:  $3\sqrt{2}$

3.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{e^x}}{2e^x}$$

A:  $2/e$  B:  $+\infty$  C: N.E. D:  $e/2$

4. Qual'è l'immagine della funzione  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$  per  $x \in [0, 2]$

A:  $[-9, 9]$  B:  $[-1, 9]$  C:  $[1, 9]$  D:  $[0, 9]$

5.

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4x + 4} dx$$

A:  $11/6 - 4 \log(3/2)$  B:  $5/2 - 7 \log(5)$  C:  $5/2 + 7 \log(5)$  D:  $-11/6 - 4 \log(3/2)$

6. Sia  $f(x) = \log(\log(x))$ , allora  $f''(e)$  è uguale a

A:  $-2/e^2$  B: N.E. C:  $+2/e^2$  D: 0

7. Calcolare inf, sup, min e max dell'insieme  $\{x \in \mathbb{R} : \tan(x) < 0\}$

A:  $(-\pi/2, 0, -\pi/2, 0)$  B:  $(-\infty, 0, N.E., 0)$  C:  $(-\infty, +\infty, N.E., N.E.)$  D:  $(-\pi/2, 0, N.E., N.E.)$

8.  $\sin(1003 \pi/2)$  è uguale a?

A:  $\sqrt{2}^{-1002}$  B: 1 C: -1 D: 0

9. Per quali  $x \in [0, 2\pi]$  si ha  $x/\sin(x) > 0$

A:  $x \neq \{0, \pi, 2\pi\}$  B:  $x \in ]0, \pi[$  C:  $0 < x < \pi$  D:  $0 < x \leq \pi$

10. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin^3(x)$  nel punto  $(\pi/4, 1/2\sqrt{2})$  è

A:  $y = 1/2\sqrt{2} + (x - \pi/4)$  B:  $y = 1/2\sqrt{2}$  C:  $y = \sin^2(\pi/4)x + 1/2\sqrt{2}$  D:  $y = 1/2\sqrt{2} + 3(x - \pi/4)/2\sqrt{2}$

11. Determinare l'insieme dei punti di continuità e l'insieme dei punti di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x - \pi/2) & x \geq 0 \\ \cos(x) & x < 0 \end{cases}$$

A:  $(\mathbb{R}, x \neq 0)$  B:  $(x \neq 0, x \neq 0)$  C:  $(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  D:  $(x \neq 0, \mathbb{R})$

12. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \sin^2(x)}{3^{x^2} - 1}$$

A:  $e^{\log(3)}$  B:  $+\infty$  C:  $\sin(3e)$  D: 0

13. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1+x^4)}{x^\alpha}$$

è finito e diverso da zero per:

A:  $\alpha < 1$    B:  $\alpha = 4$    C:  $\alpha \geq 4$    D:  $\alpha = 1$

14. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \sin^2(x) dx$$

A:  $+\infty$    B: è uguale a zero   C:  $-\infty$    D: è finito e positivo

15. Le soluzioni della equazione  $x''(t) + 4x(t) = t - t^2$  sono

A:  $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) - [t^2 + \sin(3t)]/8$    B:  $c_1 \sin(2t) + c_2 \cos(2t) + (1 + 2t - 2t^2)/8$    C:  $c_1 e^{-2t} + c_2 t e^{2t} + (7 + 9t^2)/8$    D:  $c_1 e^{2t} + c_2 t e^{-2t} - [t^2 + \sin(3t)]/8$

16. La funzione  $f(x) = \log(1/|x|)$ , per  $x \in [-1, 1] \setminus \{0\}$  è

A: iniettiva   B: convessa   C: continua e derivabile   D: monotona crescente

17. Sia  $y(x)$  la soluzione di  $y'(x) = y^2$  con la condizione iniziale  $y(0) = 1$ . Allora  $y''(0)$  è uguale a

A: 0   B: N.E.   C: 2   D: 1

18. Quante soluzioni negative ha l'equazione  $e^{-x^2} = 1/4$

A: 2   B: infinite   C: 1   D: 0

## PARTE B

19. Il determinante di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 0   B: 2   C: 1   D: -1

20. Il rango di  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$  è

A: 3   B: 1   C: 4   D: 2

21. Il nucleo della applicazione lineare  $T \begin{pmatrix} x \\ y \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 3y + 4w \\ x + 2y + 3w \\ 2x + 3y + 5w \end{pmatrix}$  è

A:  $\langle (t, t, -t) \rangle, t \in \mathbb{R}$    B:  $\text{span}(1, 1, 0)$    C:  $\{0\}$    D:  $\langle (t, t, s) \rangle, t, s \in \mathbb{R}$

22. Il numero complesso  $(2+i)^2(2-i)^{-1}$  è uguale a

A:  $2/5 - i11/5$    B:  $2/5 + i11/5$    C:  $5/2 - i13/2$    D:  $-5/2 + i13/2$

23. Date  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , le soluzioni del sistema

$$AB \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sono

A:  $(-1, 14/5)$    B: N.E.   C:  $(-t, 1/5)$   $t \in \mathbb{R}$    D:  $(1+t, 2)$   $t \in \mathbb{R}$

24. Modulo e argomento del numero complesso  $(2 - 2i)e^{-i\pi/4}$  sono

A:  $(2\sqrt{2}, -\pi/2)$    B:  $(\sqrt{2}e^{-\pi}, \pi/2)$    C:  $(2\sqrt{2}, -\pi/4)$    D:  $(2\sqrt{2}, +\pi/4)$

25. Il sistema

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

A: non ha soluzione   B: ha due soluzioni   C: ha infinite soluzioni   D: ha una unica soluzione

26. Sia  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  Allora  $A^{-1}$  è uguale a

$$\text{A: } \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{B: } \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 & 1/4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{C: } \begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 & 1/4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{D: } \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 & 1/4 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

27. La applicazione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(v) = \cos(v) v$$

A: è lineare ma non suriettiva   B: non è lineare   C: è lineare ma non iniettiva   D: è lineare e biiettiva