

## Prova informale di Analisi Matematica I, 9/11/2012

### Parte I, domande a risposta chiusa

Ogni domanda ha una e una sola risposta corretta

1. I punti di non derivabilità di  $f(x) = |\sin(2\pi x)|$  sono

**A:** Nessuno **B:** 0 **C:**  $\mathbb{R}$  **D:**  $\mathbb{N}$  **E:** N.A.

2. L'estremo superiore di  $f(x) = e^{16 \log |\sin(x)|}$  vale:

**A:** 1 **B:**  $e$  **C:**  $\log(2)$  **D:** N.E. **E:**  $4 \log(2)$

3. Il sistema complesso

$$|z|^5 w = i, \quad w^2 + 2w + 2i + \operatorname{sen}(|z|) = 0$$

**A:** ha almeno una soluzione complessa  $(z_0, w_0)$  con  $z_0, w_0$  reali, **B:** ha esattamente una soluzione complessa  $(z_0, w_0)$  **C:** non ha soluzioni complesse  $(z_0, w_0)$  **D:** ha almeno una soluzione  $(z_0, w_0)$  con  $z_0, w_0$  immaginari puri **E:** N.A

4. La funzione  $f(x) = x^7 + x^2 + 1$  è:

**A:** positiva **B:** negativa **C:** crescente **D:** ha almeno uno zero **E:** N.A.

5. Modulo e argomento del numero complesso  $z = -2\sqrt{3} + 2i$  valgono

**A:** N.A. **B:**  $(5, 5\pi/6)$  **C:**  $(4, 7\pi/6)$  **D:**  $(4, -5\pi/6)$  **E:**  $(1, \pi/6)$

6. Data  $f(x) = \arcsin(\sinh(x))$ , allora  $f'(\log(2))$  vale

**A:**  $\log(4)$  **B:** 2 **C:** 0 **D:** N.A. **E:**  $5/\sqrt{7}$

7. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{3 \sin(2/n)}$$

vale

**A:**  $2/3$  **B:** N.E. **C:** N.A. **D:**  $+\infty$  **E:**  $\frac{\pi}{2}$ .

8. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x/\lambda) & \text{se } x < 0 \\ \alpha x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

è derivabile su tutto  $\mathbf{R}$  per  $(\lambda, \alpha)$  uguali a

**A:**  $(\alpha, \alpha)$  **B:**  $(1, 0)$  **C:**  $(1, \alpha)$  con  $\alpha > 0$  **D:** N.E. **E:** N.A.

## Parte II, esercizi da svolgere

1. Dimostrare per induzione che

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \leq n^2 \sum_{i=1}^n x_i^2$$

2. Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = x^2 e^{-\lambda/x}, \quad \lambda \geq 0.$$

Si calcoli l'immagine di  $f(x)$  per  $x \in \mathbb{R}$ .