

Prova informale di Analisi Matematica I, 9/11/2012

Parte I, domande a risposta chiusa

Ogni domanda ha una e una sola risposta corretta

1. I punti di non derivabilità di $f(x) = |\sin(2\pi x)|$ sono

A: Nessuno **B:** 0 **C:** \mathbb{R} **D:** \mathbb{N} **E:** N.A.

2. L'estremo superiore di $f(x) = e^{16 \log |\sin(x)|}$ vale:

A: 1 **B:** e **C:** $\log(2)$ **D:** N.E. **E:** $4 \log(2)$

3. Il sistema complesso

$$|z|^5 w = i, \quad w^2 + 2w + 2i + \operatorname{sen}(|z|) = 0$$

A: ha almeno una soluzione complessa (z_0, w_0) con z_0, w_0 reali, **B:** ha esattamente una soluzione complessa (z_0, w_0) **C:** non ha soluzioni complesse (z_0, w_0) **D:** ha almeno una soluzione (z_0, w_0) con z_0, w_0 immaginari puri **E:** N.A

4. La funzione $f(x) = x^7 + x^2 + 1$ è:

A: positiva **B:** negativa **C:** crescente **D:** ha almeno uno zero **E:** N.A.

5. Modulo e argomento del numero complesso $z = -2\sqrt{3} + 2i$ valgono

A: N.A. **B:** $(5, 5\pi/6)$ **C:** $(4, 7\pi/6)$ **D:** $(4, -5\pi/6)$ **E:** $(1, \pi/6)$

6. Data $f(x) = \arcsin(\sinh(x))$, allora $f'(\log(2))$ vale

A: $\log(4)$ **B:** 2 **C:** 0 **D:** N.A. **E:** $5/\sqrt{7}$

7. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{3 \sin(2/n)}$$

vale

A: $2/3$ **B:** N.E. **C:** N.A. **D:** $+\infty$ **E:** $\frac{\pi}{2}$.

8. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x/\lambda) & \text{se } x < 0 \\ \alpha x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

è derivabile su tutto \mathbf{R} per (λ, α) uguali a

A: (α, α) **B:** $(1, 0)$ **C:** $(1, \alpha)$ con $\alpha > 0$ **D:** N.E. **E:** N.A.

Parte II, esercizi da svolgere

1. Dimostrare per induzione che

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \leq n^2 \sum_{i=1}^n x_i^2$$

2. Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = x^2 e^{-\lambda/x}, \quad \lambda \geq 0.$$

Si calcoli l'immagine di $f(x)$ per $x \in \mathbb{R}$.