Prova informale di Analisi Matematica I, 11/11/2009

Parte I, domande a risposta chiusa

Ogni domanda ha una e una sola risposta corretta

1. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+1}{2x+3}\right)^{4x+1}$$
vale

   A: N.E. **B:** $+\infty$ **C:** e^4 **D:** e^{-4} **D:** N.A.

2. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\ln(x+1)-\ln(x)}$$
vale

   A: N.A. **B:** ∞ **C:** $\frac{1}{2}$ **D:** 0 **E:** 1

3. Dire quante soluzioni ammette in $\mathbb{R}$ l'equazione
$$\ln(|x|) = 1 - x^2$$

   A: 4, **B:** 2, **C:** Nessuna, **D:** 1, **E:** N.A.

4. Il limite di successione
$$\lim_{n\to+\infty}\ln\left[(1+a^n)^{\frac{1}{n}}\right], \qquad a>1$$
vale

   A: 0 **B:** $\frac{\ln(a)}{a}$ **C:** $\ln(a^a)$ **D:** ∞ **E:** N.A.

5. Si consideri la seguente funzione
$$f(x)=\begin{cases} e^{-|x|} & \text{se } x\in[-1,1] \\ x^3-1 & \text{se } x\in]1,\infty[\\ -x^3-1 & \text{se } x\in]-\infty,-1[\end{cases}$$

   Dire quali delle seguenti affermazione è vera

   A: N.A. **B:** f è continua in $\mathbb{R}$ **C:** f è pari **D:** f è dispari **E:** f è derivabile in tutto $\mathbb{R}$.

6. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{se } x \leq 0 \\ ax, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

è derivabile in $x = 0$ se

A: $a = 1$ **B:** $a = 2$ **C:** $a = 0$ **D:** N.A. **E:** Mai.

7. Si consideri la seguente funzione definita sull'intervallo $A =]-1, 1[\setminus\{0\}$

$$f(x) = (|x|)^{\frac{1}{2}}$$

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera

A: $\max_{x\in A} |f'| = +\infty$ **B:** $\inf_{x\in A} |f'| > 0$ **C:** N.A. **D:** f' è monotona in A **E:** f è monotona in A.

8. Sia $z = 2 + i$, dire quanto vale la seguente quantità

$$\frac{3z - i(|z|^2 - 1) - (2 - i)\bar{z}}{2Re(z) - Im(z)}$$

A: $1 - i$ **B:** $1 + i$ **C:** 1 **D:** i **E:** N.A.

Parte II, esercizi da svolgere

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 1$ and $f(1) = 0$. Dimostare che esiste $y \in [0, 1]$ tale che

$$f(y) = y^2 + \frac{1}{2}$$

2. Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = e^x - x$$

Si calcoli l'immagine di $f(x)$ per $x \geq 0$.