Esercizi Seconda Parte B

Esercizio 1 Determinare le soluzione (nel piano complesso) dell'equazione:

$$(1 + Z^2)^3 = (1 + Z^3)^2$$

a) $\{0, i, -1\}$
b) $\{0, 1, -1\}$
c) $\{1, -1, i, -i\}$
d) $\{0, \frac{1+2\sqrt{2}i}{3}, \frac{1-2\sqrt{2}i}{3}\}$

Esercizio 2 Determinare il numero di soluzione nel piano complesso dell'equazione:

$$Z \cdot |1 + Z| = \overline{Z} \cdot |1 + \overline{Z}|$$

a) 0 sol.
b) 1 sol.
c) 2 sol.
d) ∞ sol.

Esercizio 3 Determinare le soluzioni (nel piano complesso) dell'equazione:

$$(Z + i)^3 = (Z - i)^3$$

a) $\{0, i, -1\}$
b) $\{0, 1, -1\}$
c) $\{1, i, -i\}$
d) $\{\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\}$

Esercizio 4 Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y' = y - 2$$

a) $c \cdot e^x + 2$
b) $e^x + 2c$
c) $e^x - 2c$
d) $c \cdot e^x - 2$

Esercizio 5 Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$2y'' + y' = y$$

con condizioni iniziali $y(0) = \frac{3}{2}$, $y'(0) = 0$
a) $y = 2x^2 + x - 1$
b) $y = e^x + 2x^2 + x - 1$
c) $\frac{3}{2} + x + e^{-x}$
d) $\frac{1}{2} \cdot e^{-x} + e^{\frac{1}{2}x}$

Esercizio 6 Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y'' - y = cos(x) - sen(x)$$

a) $c_1 \cos x - c_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-x}$
b) $c_1 e^x + c_2 e^{-x} + \frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$
c) $c_1 e^x - c_2 e^{-x} + \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$
d) $c_1 \cos x + c_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x}$

Esercizio 7 Trovare l'inversa della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Esercizio 8 Assegnati i vettori di $\mathbb{R}^4$:

$$\begin{aligned} v_1 &= (0, 0, 1, 2) \\ v_2 &= (0, 1, 2, 3) \\ v_3 &= (1, 2, 3, 4) \\ v_4 &= (2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$

Determinare la dimensione del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ $span\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Esercizio 9 Dire se l'applicazione lineare f è iniettiva e/o suriettiva?

$$f(x, y) = (x + y, x - y)$$

a) suriettiva ma non iniettiva
b) iniettiva ma non suriettiva
c) sia suriettiva che iniettiva
d) né suriettiva né iniettiva

Esercizio 10 Dire se esistono (e eventualmente quante) applicazioni lineari $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tali che:

$$\begin{array}{l} f(1,2) = (3,4) \\ f(5,6) = (11,12) \end{array}$$

a) Non ne esiste alcuna
b) Ne esiste una ed una soltanto
c) Ne esistono infinite

Esercizio 11(*) Determinare l'insieme D dei valori di a tali che il sistema ha infinite soluzioni?

$$\begin{cases} x + ay = 2 \\ ax + y = a^2 + 1 \end{cases}$$

a) $D = \emptyset$
b) $D = \mathbb{R}$
c) $D = \{1, -1\}$
d) $D = \{1\}$

Esercizio 12 Quante soluzioni ha il sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x - 2y + z = 3 \end{cases}$$

a) 0 sol.
b) 1 sol.
c) 2 sol.
d) ∞ sol.

Esercizio 13 Trovare le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y + 3z = -3 \\ x + y + 2z = -2 \end{cases}$$

a) 0 sol.
b) 1 sol.
c) 2 sol.
d) ∞ sol.

Esercizio 14 Dire se esistono applicazioni lineare f tali che:

$$\begin{cases} f(1,2,3) = (1,2,3) \\ f(0,1,2) = (1,2,3) \\ f(1,0,-1) = (-1,-2,-3) \end{cases}$$

a) Non ne esiste alcuna
b) Ne esiste una ed una soltanto
c) Ne esistono infinite