Esercizi Seconda Parte

Esercizio 1 Determinare il numero di soluzione nel piano complesso dell'equazione:

$$Z + \overline{Z} = Z^2 + \overline{Z}^2$$

a) 0 sol.
b) 1 sol.
c) 2 sol.
d) ∞ sol.

Esercizio 2 Determinare il numero di soluzione nel piano complesso dell'equazione:

$$|Z|^2 + Z + 1 = \overline{Z}^2 - Z - 1$$

a) 0 sol.
b) 1 sol.
c) 2 sol.
d) ∞ sol.

Esercizio 3 Determinare le soluzioni (nel piano complesso) dell'equazione:

$$Z^4 + 5Z^2 - 36 = 0$$

a) $\{1, -1, 5i, -5i\}$
b) $\{2, -2, 3, -3\}$
c) $\{2, -2, 3i, -3i\}$
d) $\{3, -3, 5i, -5i\}$

Esercizio 4 Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y' = x$$

a) $e^x + c$
b) $c \cdot e^x$
c) $c_1 \cos x + c_2 \sin x$
d) $\frac{x^2}{2} + c$

Esercizio 5 Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y' = x + y$$

a) $c \cdot e^x + x$
b) $c \cdot e^x - x - 1$
c) $e^x + c + x$
d) $c \cdot e^{-x} + x + 1$

Esercizio 6 Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale:

$$y'' + y = x^2 + x$$

a) $c_1 \cos x + c_2 \sin x + x^2 + x - 2$
b) $\cos x + \sin x + c_1 x^2 + c_2 x$
c) $c_1 \cos x + c_2 (x^2 + x)$
d) $c_1 \cdot e^{-x} + x^2 + x - 2$

Esercizio 7 Assegnate le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Calcolare quanto vale la matrice $M = ABC$
a) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
b) $M = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
c) $M = -\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
d) $M = \begin{pmatrix} 1 & \pi \\ e & \sqrt{2} \end{pmatrix}$

Esercizio 8 Assegnate le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcolare quanto vale la matrice $M = AB - A$
a) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1-b \\ 0 & a-1 \end{pmatrix}$
b) $M = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -1 & a \end{pmatrix}$
c) $M = -\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a-1 & b \end{pmatrix}$
d) $M = \begin{pmatrix} 0 & b-1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Esercizio 9 Calcolare il rango di A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Esercizio 10 Assegnati i vettori di $\mathbb{R}^4$:

$$\begin{gathered} v_1 = (1, -1, 1, 1) \\ v_2 = (0, 1, 1, 2) \\ v_3 = (2, 1, -1, 2) \\ v_4 = (1, 1, 1, 3) \\ v_5 = (-1, -1, 2, 0) \end{gathered}$$

Determinare la dimensione del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ $span\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$
a) 3
b) 4
c) 5
d) ∞

Esercizio 11 Quante soluzioni ha il seguente sistema?

$$\begin{cases} x + & y + & z = & 1 \\ x - & y - & z = & -1 \\ x + & 3y + & 3z = & -3 \end{cases}$$

a) 0 sol.
b) 1 sol.
c) 3 sol.
d) ∞ sol.

Esercizio 12 Quale è la soluzione (x,y,z) del seguente sistema?

$$\begin{cases} x & & + & z = & 1 \\ x & + & y & & = & 1 \\ & & y & + & z = & 1 \end{cases}$$

a) $(1, -1, -1)$
b) $(1, 1, 1)$
c) $(1, 0, 0)$
d) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Esercizio 13 Trovare le soluzioni del seguente sistema con $a > 3$:

$$\begin{cases} x & + & y & + & z = & a \\ x & + & y & + & az = & 1 \\ x & - & ay & + & z = & -1 \end{cases}$$

a) $x = 1,\ y = 1,\ z = 1$
b) $x = a,\ y = 1,\ z = -1$
c) Il sistema non ha soluzione
d) Il sistema ha infinite soluzioni

Esercizio 14 Trovare le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} x & + & y & + & z & + & w = & 1 \\ x & - & y & + & z & - & w = & 1 \\ x & - & 3y & + & z & - & 3w = & 0 \end{cases}$$

a) $x = 1$, $y = -1$, $z = 1$, $w = -1$
b) $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{4}$, $z = \frac{1}{4}$, $w = \frac{1}{4}$
c) Il sistema non ha soluzione
d) Il sistema ha infinite soluzioni

Esercizio 15 Determinare l'insieme D dei valori di a per i quali il sistema ha almeno una soluzione:

$$\begin{cases} ax & + & y & + & z = & 1 \\ x & + & ay & + & z = & 0 \\ x & + & y & + & az = & a \end{cases}$$

a) $D = \mathbb{R}$
b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$
c) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$
d) $D = \varnothing$

Esercizio 16 Calcolare l'inversa di A:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
d) La matrice A non è invertibile.