

Alcuni esercizi di riepilogo

1. Calcolare $\sqrt[5]{32i}$.
2. Siano v_1 e v_2 due vettori non nulli di \mathbb{R}^2 . Determinare cosa devono soddisfare i due vettori affinché

$$\|v_1 + v_2\| = \|v_1 - v_2\|.$$

La condizione trovata ha qualche relazione ha con il prodotto scalare?

3. Determinare l'estremo superiore del seguente insieme

$$D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{-1 + \sin\left(\frac{2\pi}{x}\right)} \in \mathbb{R} \right\},$$

(in pratica determinare l'estremo superiore del dominio della funzione di cui sopra).

4. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - x\sqrt{x}).$$

5. Risolvere il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x - y + 5z = -1 \\ 2x + 4y - 2z = -2 \\ 3x + 3z = -3 \end{cases}$$

Calcolare inoltre il rango e la dimensione del nucleo della matrice associata, assieme ad una base sia per il nucleo che per la immagine.

6. La seguente applicazione $f: \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}^4$ è lineare?

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

7. Calcolare il determinante delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{pmatrix}$$

8. Calcolare la derivata prima della seguente funzione

$$f(x) = \cos^2(x)^{\sin(x^2)}.$$

9. Determinare la immagine di

$$f(x) = \frac{1}{1 + \sin(x)}, \quad x \neq \frac{(1 + 2k)\pi}{2}.$$

10. Dire se la funzione $f(x) = \sqrt[4]{|x|^5}$ è derivabile su tutto \mathbb{R} .

11. Calcolare

$$\int \frac{1}{\sin(x) \cos(x)} dx.$$

(Suggerimento: moltiplicare e dividere per $\cos(x)$ e usare la formula di integrazione per sostituzione. . .)

12. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{-3} \frac{dx}{(x-2)^2}$$

13. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 10y' + 25y = 0 \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$