

CORSO: **Topologia e Analisi Complessa**  
LEZIONI: **Fabrizio Broglia**  
ESERCITAZIONI: **Giovanni Alberti**  
CORSO DI LAUREA: **Matematica (primo livello)**  
ANNO ACCADEMICO: **2008/09**  
SEMESTRE DI ATTIVAZIONE: **secondo**  
NUMERO DI CREDITI: **7**  
CODICE ESAME: **AA129**

**Obiettivi formativi.** Alla fine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa dei seguenti argomenti: a) omotopia e gruppo fondamentale, b) funzioni oloedriche di una variabile.

### **Programma del corso.**

#### OMOTOPIA E GRUPPO FONDAMENTALE.

Connessione per archi, cammini e operazioni fra cammini continui.  
Omotopia tra funzioni continue, omotopia relativa, omotopia tra cammini.  
Equivalenza omotopica; retratti e retratti di deformazione; spazi contraibili.  
Il gruppo fondamentale di uno spazio topologico; ruolo del punto base.  
Omomorfismi tra gruppi fondamentali indotti da applicazioni continue; invarianza per omotopia; il gruppo fondamentale di spazi omotopicamente equivalenti.  
Il gruppo fondamentale di un prodotto.  
Rivestimenti; sollevamento di cammini; rivestimento del quoziente di uno spazio rispetto all'azione di un gruppo; calcolo di alcuni gruppi fondamentali; lemma di monodromia.  
Il teorema di van Kampen (con dimostrazione parziale).

#### FUNZIONI OLOEDRICHE DI UNA VARIABILE COMPLESSA

L'algebra delle serie formali.  
Serie convergenti; calcolo del raggio di convergenza; operazioni sulle serie convergenti; derivata di una serie convergente.  
La funzione esponenziale complessa come rivestimento da  $\mathbb{C}$  in  $\mathbb{C}^*$ .  
Funzioni analitiche; analiticit  della somma di una serie convergente; prolungamento analitico; funzioni meromorfe.  
Forme differenziali e loro integrazione; forme chiuse e forme esatte; primitive lungo un cammino o lungo un'omotopia; la forma  $dz/z$ ; indice di un cammino chiuso.  
Funzioni oloedriche; condizioni di Cauchy-Riemann; le funzioni oloedriche con derivata diversa da 0 come isomorfismi analitici locali.  
Formula integrale di Cauchy; sviluppo in serie di una funzione oloedrica; formula e teorema di Cauchy per un compatto.  
Il teorema della mappa aperta; principio del massimo; principio di simmetria.  
Serie di Laurent; sviluppo di una funzione oloedrica in una corona; singolarit  isolate; classificazione tramite limite e tramite serie; il teorema di Weierstrass per le singolarit  essenziali;  
La sfera di Riemann e il teorema dei residui. Calcolo degli integrali con il metodo dei residui.  
Derivata logaritmica; comportamento attorno ad una radice multipla di una funzione oloedrica; teorema di Rouch .

**Prerequisiti.** I corsi di Geometria Analitica e Algebra Lineare, Strutture Algebriche, Geometria Proiettiva, Calcolo Differenziale.

**Mailing list e pagina web del corso.** Le comunicazioni riguardanti il corso vengono inviate per posta elettronica alla mailing list del corso, e pubblicate sulla pagina web del docente: <http://www.dm.unipi.it/~alberti/>. In tale pagina   anche disponibile ulteriore materiale (liste di esercizi, e i testi e le soluzioni delle prove scritte).

### **Testi di riferimento.**

M. Manetti: *Topologia*. Springer-Verlag Italia, Milano 2008.  
C. Kosniowski: *Introduzione alla topologia algebrica*. Zanichelli, Bologna 1988.

H. Cartan: *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes*. Hermann, Parigi 1962. (Traduzione inglese: *Elementary theory of analytic functions of one or several complex variables*. Dover Publications, New York 1995).

**Appelli ed esami.** L'esame è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale. La prova scritta consta di quattro problemi a cui dare una risposta articolata e motivata in dettaglio in circa tre ore. Per l'ammissione alla prova orale è necessaria la sufficienza nella prova scritta; la prova orale può essere sostenuta anche in appelli successivi a quello dello scritto.

Durante il corso è previsto lo svolgimento di due prove in itinere (compitini) che sostituiscono la prova scritta del primo o del secondo appello. In tutto l'anno accademico sono previsti cinque appelli d'esame (indicativamente a giugno, luglio, settembre, gennaio e febbraio). Gli studenti interessati a sostenere l'esame in un dato appello sono pregati di iscriversi online seguendo le istruzioni date nella pagina web del corso.