COSA FANNO I MATEMATICI ALL'UNIVERSITÀ?

Marco Abate



Pisa, 21 aprile 2021

Università di Pisa: Dipartimenti

Fisica	Ingegneria civile e industriale
Informatica	Ingegneria dell'energia, dei sistemi, del territorio e delle costruzioni
Matematica	Ingegneria dell'informazione
Scienze della terra	Medicina clinica e sperimentale
Biologia	Patologia chirurgica, medica, molecolare e dell'area critica
Chimica e chimica industriale	Ricerca traslazione e delle nuove tecnologie in medicina e chirurgia
Farmacia	Scienze veterinarie
Scienze agrarie, alimentari e agro-ambientali	Economia e management
Civiltà e forme del sapere	Giurisprudenza
Filologia, letteratura e linguistica	Scienze politiche

Università di Pisa: Dipartimenti

Ingegneria civile e industriale Fisica Ingegneria dell'energia, dei ditent mgesto Informatica Matematica Medicina clinica e sperimentale

Patologia chirurgica, media, in Chare e dell'area critica

Sculota Scienze della terra Biologia Chimica e chimica industriale delle nuove tecnologie in medicina e chirurgia Scienze veterinarie Farmacia Economia e management Scienze agrarie, alimentari e agro-ambientali Giurisprudenza Civiltà e forme del sapere Filologia, letteratura e linguistica Scienze politiche

Università di Pisa: Dipartimenti

Ingegneria civile e industriale Fisica Ingegneria dell'energia, dei ditell'ingeria Informatica Settore MATEMATICA Medicina clinica e sperimentale

Patologia chirurgici, medi, i Mediare e dell'area critica

Scuola Scienze della terra Biologia Chimica e chimica industriale Settore e nuove tecnologie in medicina e chirurgia Scienze veterinarie Farmacia Economia e management Scienze agrarie, alimentari e agro-ambientali Giurisprudenza Civiltà e forme del sapere Settore 5 Filologia, letteratura e linguistica Scienze politiche

Settore

Settore

3

Settore 6

Corri di laurea e di laurea magirtrale (del Settore Culturale I)

Fisica Fisica Informatica Informatica Informatica e networking Data science and business informatics MATEMATICA MATEMATICA Scienze e tecnologie geologiche Scienze geologiche Geofisica di esplorazione e applicata Scienze ambientali Scienze per la Scienze per la Informatica Informatica Scienze pace: Cybersecurity pace: umanistica umanistica trasformazione naturali e cooperazione dei conflitti e internazionale e ambientali cooperazione allo trasformazione sviluppo

Scienze per la formazione primaria

dei conflitti

Dove si possono trovare i Matematici?

- Quasi tutti nel Dipartimento di Matematica, ma qualcuno anche nei dipartimenti di Informatica, Ingegneria, Agraria ed Economia (gli statistici).
- In decine di corsi di laurea e laurea magistrale (incluso il corso di Tecniche di allevamento animale e educazione cinofila).

Che tipo di Matematici?

- Studenti
- Dottorandi
- Assegnisti, borsisti e simili
- Ricercatori (a tempo indeterminato e a tempo determinato)
- Professori associati
- Professori ordinari

la carriera di un Matematico in università



Ricercatore: giovane praticante

- Assunto per concorso: titoli e colloquio (scientifico)
- Due contratti triennali
- Deve principalmente fare ricerca
- Deve secondariamente insegnare
- Può occuparsi di terza missione (divulgazione, trasferimento tecnologico, rapporti con il territorio...)
- Stipendio iniziale: circa 1500 euro netti mensili

Professore associato: esperto

- Richiede l'abilitazione al ruolo
- Assunto per concorso: curriculum e titoli
- Deve principalmente fare ricerca
- Deve principalmente insegnare
- Deve secondariamente amministrare
- Può occuparsi di terza missione (divulgazione, trasferimento tecnologico, rapporti con il territorio...)
- Stipendio iniziale: circa 2200 euro netti mensili

Professore ordinario: professionista

- Richiede l'abilitazione al ruolo
- Assunto per concorso: curriculum e titoli
- Deve principalmente fare ricerca (50%)
- Deve principalmente insegnare (50%)
- Deve principalmente amministrare (50%)
- Può occuparsi di terza missione (divulgazione, trasferimento tecnologico, rapporti con il territorio...)
- Stipendio iniziale: circa 3100 euro netti mensili

Cora vuol dire amministrare?

La ricerca ha bisogno di finanziamenti:

- per comprare strumentazione (computer, software,...)
- per invitare altri matematici e organizzare convegni
- per visitare altre università e partecipare a convegni
- per pagare borse di studio e assegni di ricerca
- I finanziamenti vanno richiesti e gestiti.

Cora vuol dire amministrare?

La didattica ha bisogno di organizzazione:

- quali corsi e insegnamenti attivare, quando, affidati a chi
- piani di studio e curricula
- orientamento, tirocini e contatti con l'esterno
- gestione di aule, laboratori e biblioteche
- (auto)valutazione della qualità
- I corsi di laurea, laurea magistrale e dottorato vanno *creati* e *gestiti*.

Cora vuol dire amministrare?

L'amministrazione ha bisogno di gestione:

- edifici e attrezzature
- personale
- bilanci
- rapporti con le altre strutture dell'Ateneo
- rapporti con l'esterno
- e poi c'è la terza missione...

Cora vuol dire inregnare?

Prima dell'inizio del corso bisogna:

- scegliere quali insegnamenti insegnare (consultazione fra il docente e il corso di laurea e/o il dipartimento)
- scegliere il programma degli insegnamenti (fissato a grandi linee per gli insegnamenti fondamentali, più libero per i corsi avanzati)

Cora vuol dire inregnare?

Durante il corso bisogna:

- preparare le singole lezioni
- impartire le singole lezioni
- favorire l'apprendimento degli studenti
- effettuare ricevimento studenti
- preparare e correggere eventuali compitini
- eccetera...

Cora vuol dire inregnare?

Dopo la fine del corso bisogna:

- preparare gli esami
- somministrare gli esami
- riflettere sui risultati ottenuti e sulla valutazione fornita dagli studenti
- eccetera...

La ricerca in Matematica ha come obiettivo scoprire nuovi teoremi, la cui validità deve essere confermata da ragionamenti logici e completi, le dimostrazioni.

(Se poi i teoremi hanno anche delle applicazioni extra-matematiche è meglio ma non è obbligatorio)

Un buon teorema rivela caratteristiche importanti e non evidenti degli oggetti di cui tratta.

E, a volte, rivela connessioni inaspettate fra oggetti che sembrano completamente diversi.

Una buona dimostrazione chiarisce perché il teorema dev'essere vero.

E, a volte, è elegante, armoniosa e ineluttabile come una sinfonia.

Esempio:

L'Ultimo Teorema di Fermat

Quale che sia $k \ge 3$, l'equazione

$$x^k + y^k = z^k$$

non ha soluzioni intere positive, mentre

$$x^2 + y^2 = z^2$$

ha infinite soluzioni intere positive.

È una proprietà profonda e inaspettata dei numeri naturali, la cui dimostrazione dipende da una relazione imprevista e cruciale fra i numeri e le ciambelle.

I teoremi e le dimostrazioni sono presentati in articoli e libri, pubblicati da decine di editori in migliaia di riviste e collane in tutto il mondo.

(848 teoremi nuovi al giorno, 1 ogni due minuti!)

I teoremi e le dimostrazioni vengono raccontati in seminari fatti in università e centri di ricerca e in convegni che si tengono in tutto il mondo.

Creare matematica è un'attività principalmente solitaria, o tutt'al più svolta in piccoli gruppi.

Parlare di matematica è invece un'attività molto gregaria. I matematici di tutto il mondo sono in stretto contatto fra loro (usando l'inglese come lingua comune).

La comunità matematica non risente delle divisioni nazionali: è una comunità mondiale.

Una parte non indifferente dell'abilità (e del lavoro) di un matematico consiste nel riuscire a capire qual è il problema, e nel porsi le domande giuste.

Erempio: Il metodo di Newton per i polinomi

Vogliamo trovare le radici di un polinomio a coefficienti reali

$$p(x) = a_d x^d + \dots + a_1 x + a_0.$$

 $(x_c$ è una radice se $p(x_c) = 0)$

Cosa vuol dire *trovare una radice*? Formule generali che esprimono le radici tramite i coefficienti del polinomio ci sono solo per polinomi di secondo, terzo e quarto grado; formule analoghe per polinomi di grado 5 o maggiore *non esistono.*

Il metodo di Newton per i polinomi

Idea di Newton (diciassettesimo secolo): trovare un procedimento (un algoritmo) che applicato a un numero qualsiasi x_0 fornisca

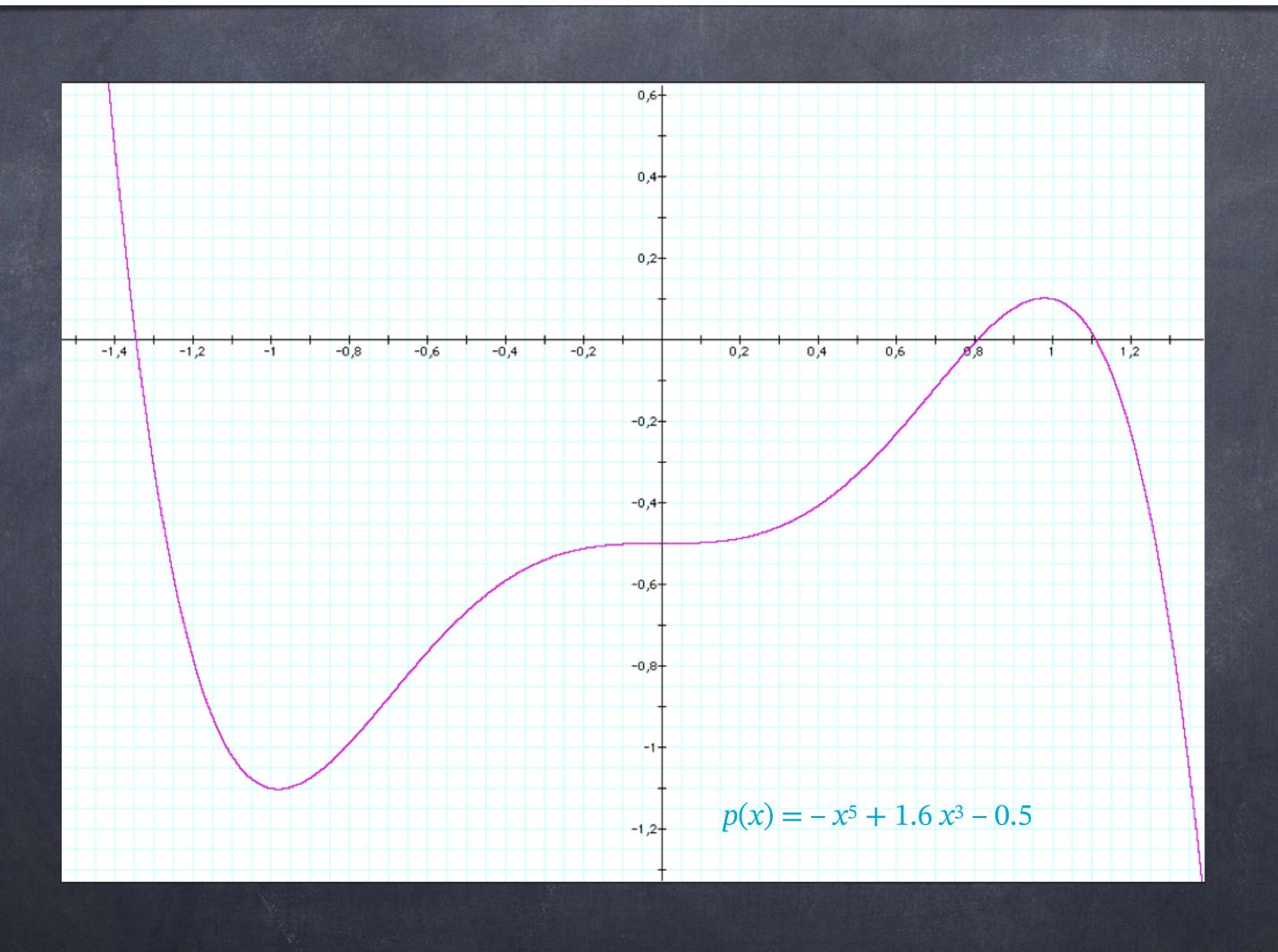
un nuovo numero x_1 più vicino a essere una radice di quanto non fosse x_0 . Ripetendo il procedimento partendo da x_1 (e poi da x_2 , e poi da x_3 , e così via) si riesce ad approssimare una radice del polinomio con la precisione che si desidera.

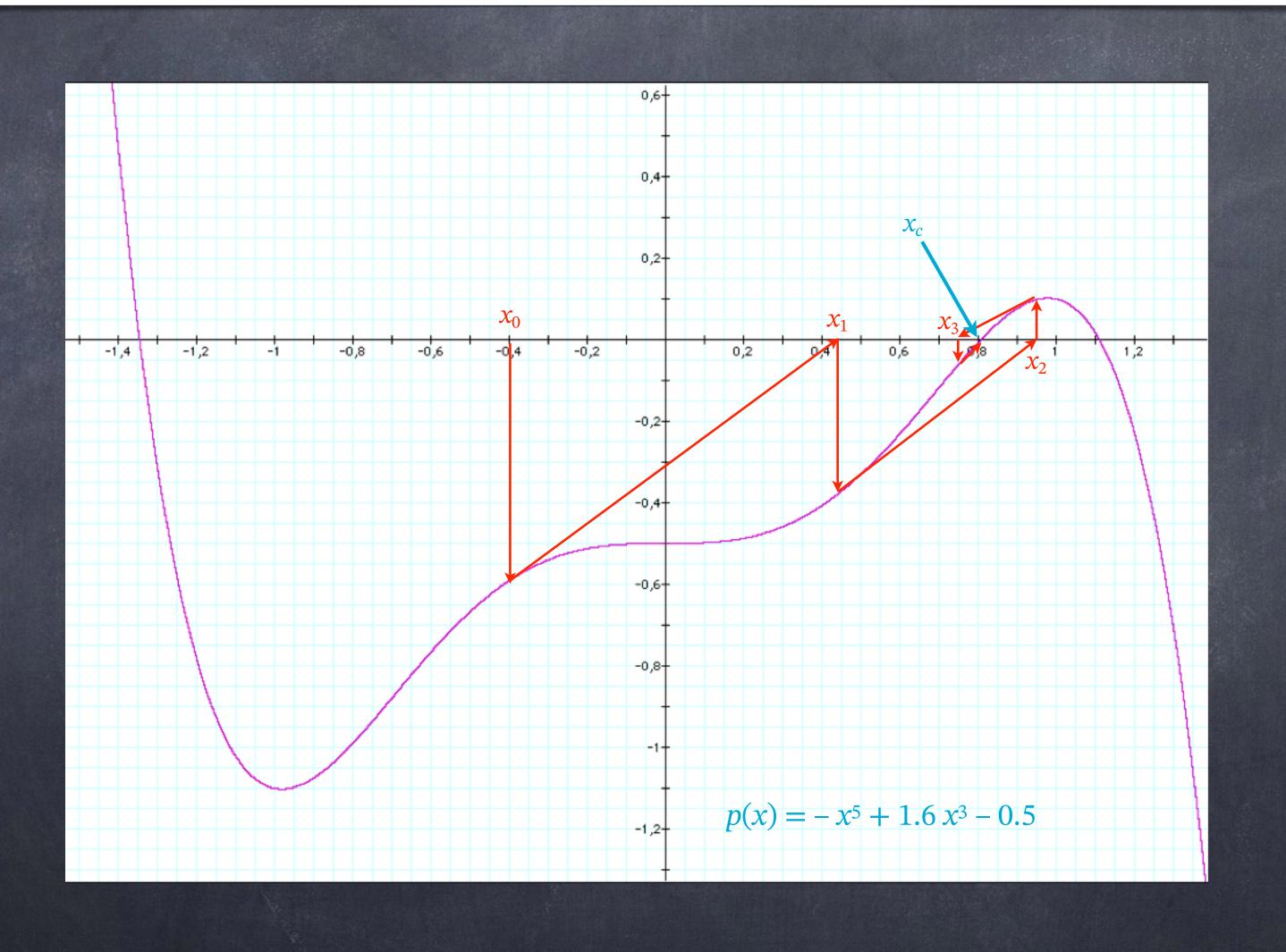
Il metodo di Newton per i polinomi

Algoritmo di Newton: dato il polinomio p(x) e il tentativo iniziale x_0 , tracciamo la tangente al grafico di p nel punto $(x_0, p(x_0))$, e prendiamo come x_1 l'intersezione della tangente con l'asse delle ascisse. In formula:

$$x_1 = x_0 - p(x_0)/p'(x_0),$$

dove $p'(x_0)$ è la derivata di p calcolata in x_0 .





Il metodo di Newton per i polinomi

Domanda: ma il metodo di Newton funziona?

- Risposta di Newton: Sì, se si parte da un valore x_0 abbastanza vicino a una radice.
- Controdomanda di Cayley (diciannovesimo secolo): ma se non sappiamo dove sono le radici come facciamo a essere sicuri di partire abbastanza vicini a una di esse?

Il metodo di Newton per i polinomi

Riformulazione di Cayley: consideriamo la funzione razionale f(x) = x - p(x)/p'(x).

Preso un numero complesso x_0 , poniamo $x_1 = f(x_0)$ e, più in generale,

$$x_n = f(x_{n-1}).$$

Se la successione $\{x_n\}$ converge a un numero x_c , per forza dev'essere $f(x_c) = x_c$; e questo può succedere se e solo se $p(x_c) = 0$, cioè se e solo se x_c è una radice di p. Quindi la domanda è: p quali valori di x_0 la successione $\{x_n\}$ converge?

Il metodo di Newton per i polinomi

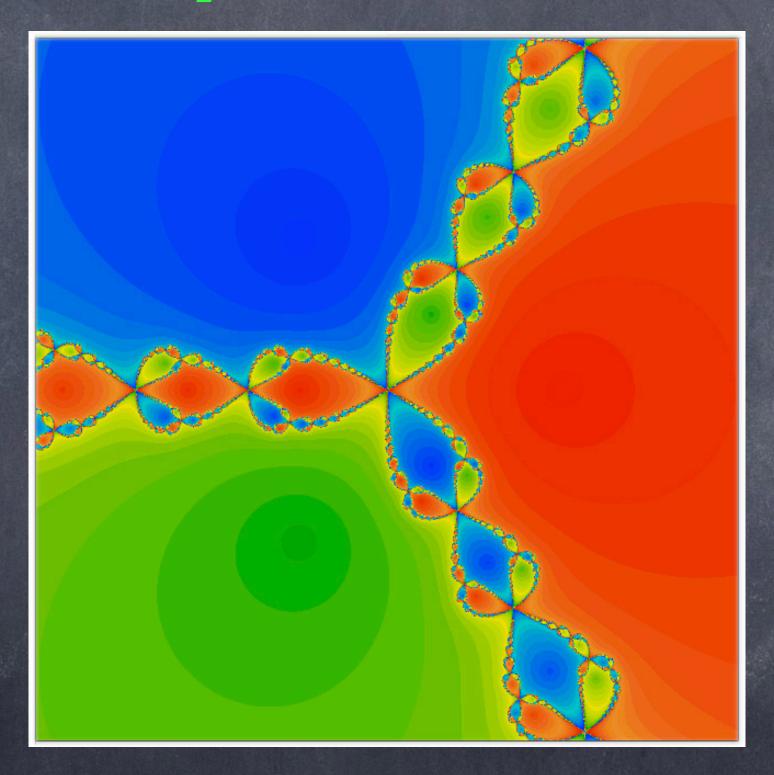
Prima risposta di Cayley: se p è un polinomio di secondo grado, la risposta è facile. L'unico x_0 da escludere è quello in cui la derivata di p si annulla (per cui $f(x_0)$ non è definita), e che è il punto medio del segmento individuato dalle due radici. Partendo a sinistra del punto medio il procedimento converge alla radice più piccola; partendo a destra converge alla radice più grande.

Nel piano complesso bisogna escludere l'asse del segmento congiungente le due radici; e partendo in ciascun semipiano il procedimento converge alla radice contenuta in quel semipiano.

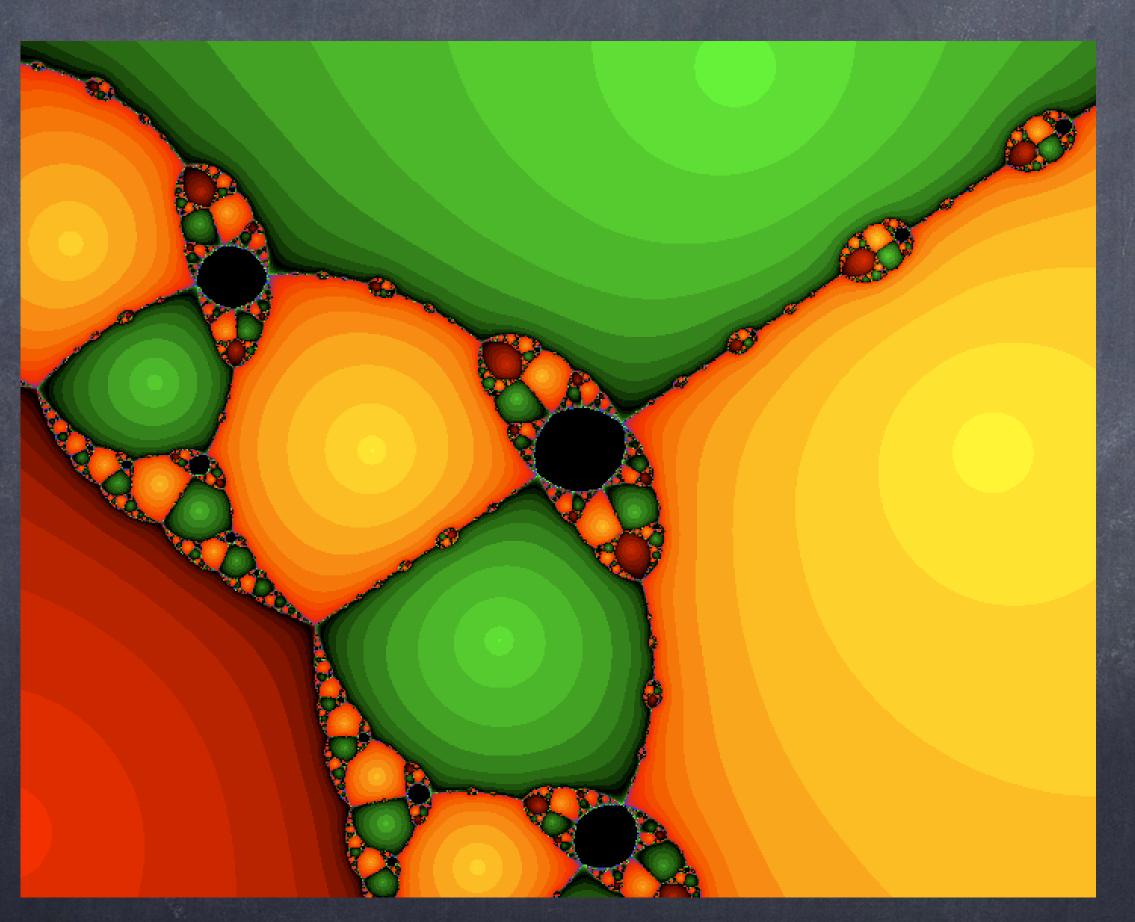
Il metodo di Newton per i polinomi

Ma Cayley non riuscì a capire cosa succedeva con polinomi di terzo grado (o di grado maggiore). I punti medi e gli altri concetti di geometria euclidea non sembravano essere di alcuna utilità. Non riuscì neppure a capire che domande doveva porsi sull'insieme dei valori per cui il metodo di Newton funzionava. E non aveva tutti i torti...

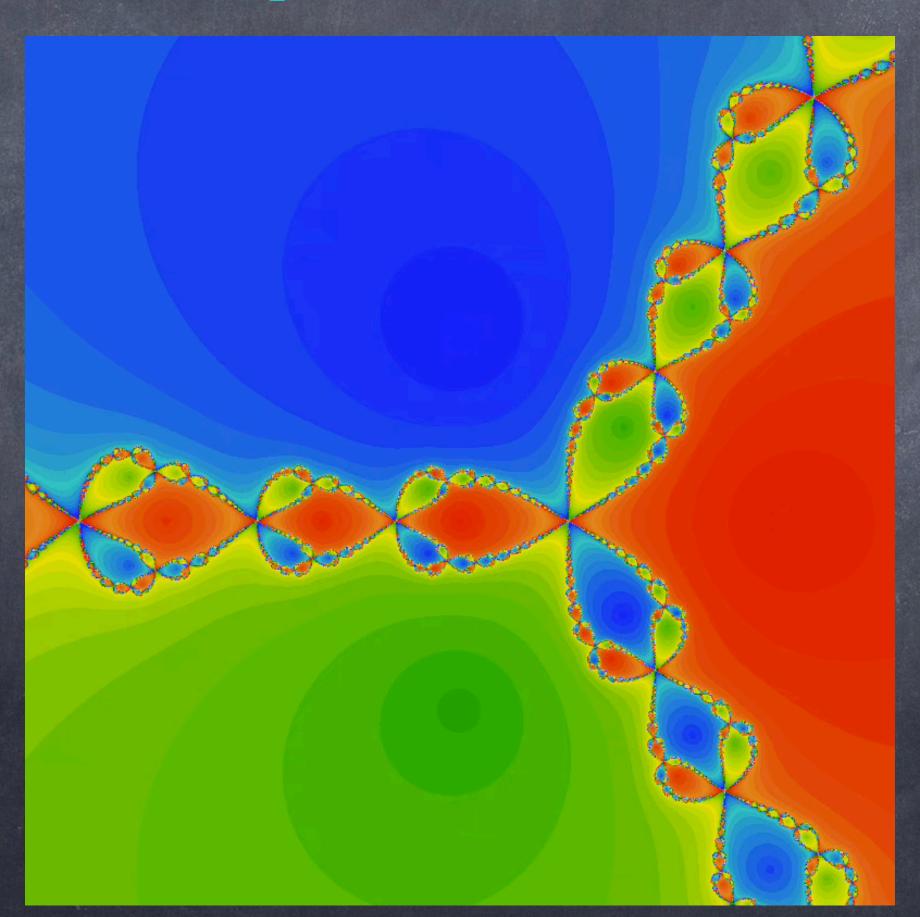
$$p(x) = x^3 - 1$$



$$p(x) = x^3 - (0.68 + 1.63 i) x - 0.32 + 1.63 i$$



$$p(x) = x^3 - 1$$



Il metodo di Newton per i polinomi

Si è riusciti a comprendere in maniera ragionevolmente completa cosa stava accadendo solo nella seconda metà del ventesimo secolo, grazie allo sviluppo delle teorie dei sistemi dinamici e dei frattali.

Ancora oggi il metodo di Newton è oggetto di studi approfonditi, e non ha finito di rivelarci tutti i suoi segreti.

Cor'altro fanno i matematici?

Un sacco di cose: lavorano in

- · Università e centri di ricerca pubblici e privati;
- · Banche e istituti finanziari;
- Imprese di telecomunicazioni;
- · Istituti statistici e demoscopici;
- · Aziende di software;
- · Assicurazioni;
- · Case editrici;
- · Scuole di vari ordini e gradi;
- e, più in generale, in tutte quelle situazioni in cui è importante saper ragionare logicamente, usare un computer, e non spaventarsi di fronte a problemi che coinvolgano numeri o modelli matematici.

Tasso di occupazione a 1 anno dalla laurea magistrale: 96,6% Tempo medio richiesto per trovare lavoro (o dottorato): poco più di 3 mesi.

COSA FANNO I MATEMATICI ALL'UNIVERSITÀ?

Marco Abate



Pisa, 21 aprile 2021

http://pagine.dm.unipi.it/abate