

## Programma del corso di Istituzioni di Geometria

Prof. Marco Abate

- 1) Richiami di algebra multilineare: prodotti tensoriali, algebra esterna.
- 2) Varietà differenziabili. Applicazioni differenziabili. Partizioni dell'unità. Spazio tangente. Differenziale. Immersioni, embedding e sottovarietà. Fibrati vettoriali. Fibrato tangente e cotangente. Fibrati tensoriali. Sezioni di fibrati e campi vettoriali. Parentesi di Lie. Orientabilità. Rivestimento doppio di una varietà non orientabile.
- 3) Forme differenziali. Differenziale esterno. Teorema di Stokes. Coomologia di de Rham. Successione di Mayer-Vietoris. Fasci. Coomologia di Čech. Teorema di de Rham.
- 4) Connessioni su fibrati. Derivata covariante lungo una curva. Sezioni parallele e trasporto parallelo. Metriche Riemanniane. Isometrie e isometrie locali. Connessione di Levi-Civita. Geodetiche. Mappa esponenziale. Intorni normali e uniformemente normali. Lunghezza di una curva. Distanza Riemanniana. Formula per la prima variazione della lunghezza d'arco. Le geodetiche sono le curve localmente minimizzanti. Lemma di Gauss. Teorema di Hopf-Rinow (senza dimostrazione). Curvature Riemanniana, sezionale e di Ricci (senza dimostrazioni).

### Bibliografia

- M. Abate, Appunti del corso, 2011.
- M.P. do Carmo, *Riemannian geometry*, Birkhäuser, Basel, 1993.
- J.M. Lee, *Riemannian manifolds: an introduction to curvature*, Springer-Verlag, New York, 1997.
- J.M. Lee, *Introduction to smooth manifolds*, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
- R. Bott, L.W. Tu, *Differential forms in algebraic topology*, Springer-Verlag, Berlin, 1982.

### Modalità d'esame

Scritto e orale.

### Argomenti propedeutici

Essenziale per la comprensione del corso è una buona conoscenza del calcolo differenziale e integrale di più variabili reali, dell'algebra lineare, e dei fondamenti di topologia generale, come sviluppati negli insegnamenti di *Geometria analitica e algebra lineare*, *Calcolo differenziale*, *Integrazione*, *Geometria proiettiva* e *Topologia e analisi complessa*. Inoltre, pur non essendo strettamente necessario, per capire le motivazioni che hanno portato allo sviluppo degli argomenti trattati può essere utile anche conoscere le basi della geometria differenziale di curve e superfici nello spazio, come sviluppate nell'insegnamento di *Geometria e topologia differenziale*.