

# Prefazione

---

Scrivo queste righe nel gennaio del 2000, quando l'Università italiana è nel mezzo di una profonda trasformazione. In un paio d'anni l'aspetto (e non solo) dei corsi di laurea sarà completamente cambiato. In particolare, l'introduzione della laurea triennale porterà necessariamente a una riduzione della quantità di Matematica insegnata nel primo triennio di Ingegneria.

Questo cambiamento non può non riflettersi anche sui libri di testo (e sulle loro dimensioni). Eppure, qualcosa di stabile rimane: le difficoltà che si incontrano nell'insegnare (e imparare) efficacemente l'Algebra Lineare non mutano. Per questo motivo rimane attuale quanto scrissi qualche anno fa nella prefazione al libro *Geometria* di cui questo testo è figlio: “Per uno studente appena iscritto a una facoltà scientifica il primo impatto con il corso di Geometria è indubbiamente duro. Lo studente si aspetta di rivedere quadrati e triangoli, o magari finalmente di imparare qualcosa su sfere e parallelepipedi, e invece nel giro di poche settimane si trova immerso in nozioni astruse tipo “spazi vettoriali di dimensione  $n$ ” o peggio ancora in manipolazioni apparentemente prive di senso di tabelle di numeri chiamate per qualche misterioso motivo “matrici”. Gli viene promesso che un giorno tutto ciò gli sarà utile, ma per il momento il nostro studente a volte non capisce neppure se c'è una relazione fra quanto studiato per anni e la serie di concetti astratti che gli vengono propinati spesso quasi senza motivazioni.

Eppure il corpo di argomenti che viene tradizionalmente insegnato nel primo corso di Geometria nelle università italiane non è nato nel vuoto, anzi; è stato creato pazientemente negli ultimi due secoli per rispondere a problemi ben precisi, sia applicativi sia interni alla Matematica, e diversi di questi problemi sono di interesse immediato anche per uno studente del primo anno. Per esempio, lo studio dei sistemi lineari conduce in maniera naturale agli spazi vettoriali e alle applicazioni lineari; lo sforzo di astrazione viene poi ripagato da risultati quali il Teorema di Rouché-Capelli o il Teorema della dimensione che, affiancati da appropriate tecniche di calcolo del genere dell'eliminazione di Gauss, permettono di risolvere efficacemente problemi che lo stesso studente può essersi posto sui sistemi lineari. E una volta entrati all'interno della teoria diventa facile trovare ulteriori motivazioni per proseguire.

Dopo un simile preambolo non è difficile immaginare qual è una delle caratte-

ristiche principali di questo testo: l'abbondanza di motivazioni ed esempi. Ogni nuovo concetto è collegato a qualcosa che lo studente già conosce, e che ne giustifica l'introduzione; e numerosi esempi vengono discussi per dare la possibilità di vedere in concreto il significato delle nuove nozioni e i possibili fenomeni che si possono presentare. Una certa enfasi è posta anche sulle tecniche di calcolo, con l'obiettivo di fornire prima possibile allo studente i mezzi per operare autonomamente con i nuovi concetti; ma tutte le tecniche sono rigorosamente dimostrate e inquadrare nel contesto, in modo da evitare che divengano delle semplici macchinette da utilizzare anche a sproposito senza capirne davvero il funzionamento.

Un altro problema che si deve affrontare studiando argomenti matematici (di qualunque livello, non solo al primo anno d'università) è che la semplice lettura del testo non basta. Un ragionamento matematico è per sua stessa natura una successione logica di argomenti; viene quindi naturale seguire i singoli passaggi senza porsi problemi (del resto, è tutto logico) per poi ritrovarsi in fondo al capitolo e accorgersi: primo, di non saper risolvere un solo esercizio; secondo, di non aver minimamente capito perché siano stati fatti certi ragionamenti piuttosto che altri; terzo, di non essere assolutamente in grado di ricostruirli. Per cercare di prevenire il problema questo testo è stato scritto con uno stile che invita a una lettura attiva. In punti strategici viene chiesto allo studente di verificare subito se ha capito il motivo di certi passaggi; alcuni dettagli semplici ma significativi di alcune dimostrazioni sono lasciati per esercizio (ma questi particolari esercizi sono tutti risolti in Appendice); e sono state preferite dimostrazioni che mostrassero chiaramente cosa stava accadendo ad altre magari (ma non necessariamente) più brevi o eleganti ma più oscure. Inoltre, per invogliare ulteriormente lo studente a interagire con ciò che legge, il testo si rivolge direttamente in seconda persona al lettore. Infine, ciascun capitolo è corredato da numerosi esercizi per permettere di verificare la comprensione sia teorica che pratica di quanto studiato."

Gli argomenti presentati qui sono stati scelti fra quelli che hanno dimostrato sul campo la loro importanza per la preparazione di qualsiasi ingegnere: vettori applicati, sistemi lineari, spazi vettoriali, applicazioni lineari, matrici, determinanti, prodotti scalari, autovalori e autovettori, teorema spettrale. Il materiale contenuto nel testo è volutamente più di quanto si possa ragionevolmente insegnare in dettaglio in un modulo semestrale, in modo da lasciare al docente la possibilità di costruire un percorso secondo la propria sensibilità e gusto (soprattutto attraverso i Capitoli 9, 10 e 11). Ciò nonostante, molti argomenti interessanti (e importanti), primi fra tutti i numeri complessi, sono stati esclusi; per questo motivo nel testo sono talvolta descritti brevemente dei risultati più avanzati, in modo da far realizzare allo studente come il materiale presentato qui sia solo una parte di un campo ben più vasto e completo.

Come in ogni prefazione che si rispetti, concludo ringraziando le persone che hanno contribuito ai pregi di questo libro (i difetti sono tutti merito mio): in ordine alfabetico, Silvana Abeasis, Welleda Baldoni, Chiara de Fabritiis, Tullio Franzoni, Adele Manzella, Mauro Nacinovich, Giorgio Patrizio, Andrea Spiro, Chiara Tartara, Roberto Tauraso, Francesca Tovenà — e, naturalmente, tutti i miei studenti di questi anni.

*Marco Abate*