

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.5 del 2014

Esercizio 1. Si studi il seguente sistema lineare nel parametro reale k :

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + ky - z = k - 1 \\ x + y + kz = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Dato il numero complesso $w = \frac{\pi}{3}i$, si determinino le soluzioni dell'equazione

$$z^3 \cdot \exp(w) = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

Esercizio 3. Si determini l'equazione cartesiana del cilindro circolare retto contenente la circonferenza γ passante per i punti $P_1(1, 0, 0)$, $P_2(0, 1, 0)$, $P_3(0, 0, 1)$.

Esercizio 4. a) Si determini la matrice $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ che ha gli autovalori $\lambda_1 = 0$ e $\lambda_2 = \lambda_3 = 2$ con relativi autospazi $V_{\lambda=0} = \text{Span} \{(1, 1, 2)^T\}$ e $V_{\lambda=2} = \text{Span} \{(1, 1, 1)^T, (0, 1, 1)^T\}$.

b) Verificato che risulta

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix},$$

determinare una base di $\ker(A)$.

c) Determinare una matrice **non nulla** $B \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ tale che $AB = O$.

d) Dimostrare per via sintetica che A ed A^T hanno gli stessi autovalori con la stessa molteplicità geometrica.

Esercizio 5. Si consideri il fascio \mathcal{F} di coniche rappresentato nella forma

$$\mathcal{F} : 2xy - 1 + \lambda(y^2 - 2x) = 0;$$

a) determinare i punti impropri delle coniche del fascio;

b) determinare le eventuali parabole, ellissi e coniche degeneri reali del fascio;

c) determinare centro e assi della conica γ che si ottiene per $\lambda = -2$;

d) determinare la retta polare del punto proprio $P = (1, -2)$ rispetto a γ spiegando il motivo della mutua posizione rispetto all'asintoto $y = -2$.