

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.4 del 2013

Esercizio 1. a) Al variare del parametro reale h si studi il seguente sistema \mathcal{S}

$$\begin{cases} x + z = 2 - h \\ hx - h^2y + (1 - h)z = 1 - h \\ x - hz = 1 \end{cases}$$

b) Si determinino i valori di h e k per cui $(k - h + 1, h, k + 1 + h)$ e' soluzione del sistema omogeneo associato ad \mathcal{S} .

Esercizio 2. Determinare le soluzioni complesse (z, w) del sistema

$$\begin{cases} \exp(-w) = -\exp(-w - 2z) \\ \exp(z) = \exp(z + 2w). \end{cases}$$

Esercizio 3. Si consideri la superficie di equazione $z^2 - 2xy + 2x - 4y + 3 = 0$.

a) Si classifichi la superficie.

b) Si dimostri che e' una superficie di rotazione intorno alla retta $\begin{cases} y = x + 3 \\ z = 0. \end{cases}$

c) Si determini la circonferenza contenuta nella superficie passante per il punto $P = (-2, 5, 1)$ ed il suo raggio.

Esercizio 4. Si considerino, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ b + 1 & 0 & b + 1 \\ 0 & -a & a \end{pmatrix}$$

a) Studiare la triangolabilita' e diagonalizzabilita' al variare dei parametri a e b .

b) Determinare i valori di a e b per cui la matrice e' nilpotente e non nulla.

c) Determinare, per $a = 0$ e $b \neq -1$, un vettore che appartiene a $\ker A^2$ e non appartiene a $\ker A$.

Esercizio 5. Si consideri il fascio di coniche per il quale consideriamo l'equazione

$$2x^2 + 2xy + y^2 - 1 + \lambda(x^2 - 1) = 0.$$

a) Determinare i punti base del fascio e verificare che in tali punti tutte le coniche del fascio hanno la stessa tangente.

b) Classificare, al variare di λ , le coniche del fascio.

c) Determinare gli elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio.

d) Tutte le proiettivita' del piano proiettivo che trasformano ogni conica del fascio in una conica del fascio hanno uno stesso punto fisso. Quale?