

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

### Scritto n.7 del 2010

**Esercizio 1.** Studiare il seguente sistema al variare del parametro  $k$ :

$$\begin{cases} k^2 x + (2 - k)y = 6 - k \\ kx + (k - 1)y + z = k \\ kx + (3k - 2)y + 3z = 2k + 3 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** a) Trovare le soluzioni  $(w, z)$  della seguente equazione:

$$w^3 \exp z - (1 + i)w^3 + \exp z - (1 + i) = 0$$

b) Dire se  $(w, z) = \left( \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{5}{4}\pi i \right)$  è soluzione dell'equazione precedente.

**Esercizio 3.** Determinare il luogo costituito dai centri delle sfere tangenti all'asse  $z$  e alla retta

$$r : \begin{cases} x = y \\ z = 0 \end{cases}$$

verificando che si tratta dell'unione di due piani.

**Esercizio 4.** a) Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a + 1 & a + 1 & a + 1 \\ b - 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare tra esse quelle che ammettono l'autovalore 1.

b) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di queste ultime.

c) Per  $a = -1$  determinare gli eventuali valori di  $k$  affinché  $(1, 1 + k, -2)^T$  sia autovettore di  $A$ .

**Esercizio 5.** Si consideri il fascio di coniche tangenti alla retta  $t : x - y + 2 = 0$  nel punto  $T(-1, 1)$  e passanti per l'origine e per il punto  $A(1, 1)$ .

a) Determinare le eventuali parabole del fascio.

b) Determinare la conica  $\gamma$  passante per  $B(-3, 0)$ , verificando che si tratta di un'iperbole.

c) Determinare gli asintoti di  $\gamma$ .

d) Si determini il polo rispetto a  $\gamma$  della retta parallela a  $3x - 9y + 8 = 0$  e passante per il punto  $T(-1, 1)$ .