

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

E-mail

Scritto n.7 del 2012

Esercizio 1. a) Studiare il seguente sistema al variare dei parametri reali h e k :

$$\begin{cases} x + (k + 1)y + (k + 2)z = h - 2 \\ x + (k - h + 1)y + (k + 1)z = h - 2 \\ (k + 2)y + z = 0 \end{cases}$$

Determinare i valori di h e k per cui $(3, 1, -2)$ è soluzione del sistema.

Esercizio 2. a) Determinare le radici quarte complesse di $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ e determinare le soluzioni dell'equazione complessa $\exp(z) = w_0$ con w_0 radice quarta di w con parte reale minore.

Esercizio 3. Scrivere le equazioni del cono di rotazione avente vertice $V = (-1, -1, 3)$ e contenente i punti $A = (0, 0, 1)$ e $A' = (-2, -2, 1)$ che risultano simmetrici rispetto al suo asse. Classificare la conica sezione del cono con il piano per i punti A , A' e $B = (0, 0, 2)$.

Esercizio 4. Date le matrici reali della forma

$$A = \begin{pmatrix} 4h + 4 & -h - 2 & 0 \\ 4h & 0 & 0 \\ h - 2 & 1 & h - 2 \end{pmatrix}$$

a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di A al variare del parametro reale h .

b) Per $h = 0$ si determini un vettore $v_0 \in \ker A$ ed un vettore $w \in \operatorname{Im} A$ che siano ortogonali tra loro e di norma 1. Si completi il sottoinsieme $\{v_0, w\}$ di \mathbb{R}^3 ad una base ortonormale dello stesso.

Esercizio 5. a) Scrivere l'equazione della parabola avente per vertice il punto $V = (1, 2)$, passante per i punti $A = (4, 3)$ ed $A' = (2, 5)$ simmetrici rispetto all'asse di simmetria.

Determinare il polo della retta $d : x - y = 0$ ed il polo della sua simmetrica rispetto all'asse della parabola.