

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

E-mail

### Scritto n.1 del 2012

**Esercizio 1.** Discutere la risolubilità del seguente sistema al variare dei parametri reali  $h, k$

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 2y - 2z = 1 - 2h \\ hx + ky + hz = k - 1 \\ 2x + y - z = 1 - 2h + k \end{cases}$$

**Esercizio 2.** a) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^3 \exp(2z + 1) + z^2 \exp(2z + 1) + z \exp(2z + 1) + z^3 + z^2 + z = 0$$

**Esercizio 3.** Date le sfere di equazioni

$$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 4 \quad , \quad S_2 : (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = 1 \quad ,$$

determinare i valori di  $a$  per cui esse sono tangenti esternamente e quelli per cui sono tangenti internamente.

Per uno di questi valori determinare l'equazione del piano tangente ad entrambe le sfere.

**Esercizio 4.** Date le matrici reali

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) verificare che le matrici  $A_k = A + kB$  sono diagonalizzabili (in campo reale) per ogni valore del parametri reale  $k$ .

b) Si verifichi poi che tutte le matrici  $A_k$  hanno lo stesso nucleo, ma hanno immagini differenti.

**Esercizio 5.** a) Si considerino i punti  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-2, 0)$ ,  $D(0, -2)$  e si studi il fascio delle coniche passanti per essi.

b) Si determini poi la conica  $\gamma$  del fascio passante per  $E(-3, -2)$  e la si classifichi.

c) Si verifichi che esiste un punto della retta di equazione  $x_1 + x_2 = 0$  (in coordinate omogenee) che ha la stessa polare rispetto a tutte le coniche non degeneri del fascio.