

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:

Scritto n.2 del 2011

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema al variare dei parametri reali a, b :

$$\begin{cases} x + 2y - z = a \\ 2x - ay + z = a - 1 \\ ax + 2y - z = b + 2 \end{cases}$$

Esercizio 2. Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^4 = (3 + 4i)^4 .$$

Esercizio 3. Determinare l'equazione cartesiana del luogo \mathcal{L} dei punti equidistanti dall'asse z e dal piano $\pi : x - z + 1 = 0$. Si dimostri che \mathcal{L} è un cono, determinandone il vertice.

Esercizio 4. Data la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a - 1 & a \\ 0 & a & a \\ -a & a & a \end{pmatrix}$$

- studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare di a ;
- si consideri il seguente sottospazio di \mathbb{R}^3 : $W = \text{Span}(1, 0, -a)^T$; si determini, al variare di a , la controimmagine tramite A di W .

Esercizio 5. Si consideri il fascio di coniche tangenti alle rette $r : x + y = 0$ e $s : y = 1$ rispettivamente nei punti $O(0, 0)$ e $T(0, 1)$.

- Si scriva l'equazione del fascio.
 - Determinare la conica γ del fascio passante per $A(1, 0)$ e la si classifichi.
- Considerata la proiezione φ rappresentata dalla matrice

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} ,$$

- determinare la controimmagine della retta impropria;
- determinare gli eventuali punti impropri di $\varphi(\gamma)$;
- determinare l'equazione della retta tangente alla conica $\varphi(\gamma)$ nel suo punto $\varphi(A)$.