Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:

Scritto n.2 del 2010

Esercizio 1. Studiare, al variare del parametro reale h, la mutua posizione dei seguenti tre piani:

$$(1+h)\,x - 2\,y + (1-h)\,z = 2 \;\; ; \;\; (h-1)\,y + (1-h)\,z = 2 \;\; ; \;\; x - h\,y - z = -1 \; .$$

Esercizio 2. a) Risolvere l'equazione

$$\exp(z)\exp^2(2\,z) + 2\exp(z)\exp(2\,z) + \exp(z) = 0 \; .$$

b) Tra le soluzioni z trovate al punto a) determinare quelle per cui $0 < d(z, z_0) \leq 2\,\pi$ con $z_0 = \dfrac{\pi}{2}\,i$.

Esercizio 3. a) Si scrivano le equazioni dei piani contenenti la retta $r : x-3\,y-z-2 = x-z+1 = 0$ e tangenti la sfera di equazione $x^2+y^2+z^2-4\,x+2\,y+2 = 0$.
b) Si determini il luogo dei centri delle sfere tangenti i piani individuati al punto a) dandone le equazioni.

Esercizio 4. Si consideri la matrice reale A

$$A = \begin{pmatrix} 2\,h & 1 & 2-h \\ -1 & h & 1 \\ 2-h & 1 & 2\,h \end{pmatrix}$$

a) studiare triangolabilità e diagonalizzabilità al variare di h;
b) per $h = 0$ dare una base di autovettori;
c) determinare gli eventuali valori di h per cui esistono matrici B non nulle tali che $AB = 0$.

Esercizio 5. a) Si scrivano le equazioni dell'ellisse γ_1 e dell'iperbole γ_2 aventi lo stesso centro $C(3,3)$, assi paralleli agli assi coordinati e semiassi di lunghezza $a = 2$ e $b = 1$;
b) si scriva l'equazione del fascio $\mathcal{F}$ generato dalle coniche γ_1 e γ_2, individuandone le coniche degeneri;
c) determinare gli eventuali elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio;
d) dato il punto $Q(\alpha\,,\,\beta)$, si diano delle limitazioni per α e β affinché la conica del fascio $\mathcal{F}$ passante per Q sia un'iperbole.

Esercizio 6. Sono assegnate le proiettività φ_1 e φ_2 di $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ rappresentate dalle matrici seguenti:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 7 & -4 \\ 8 & 6 & -3 \end{pmatrix} \; ;$$

determinare gli eventuali punti fissi comuni ad entrambe le proiettività.

Esercizio 6 bis *a*) Per una variabile con distribuzione normale con media incognita e deviazione standard $\sigma = 2$, si raccoglie un campione di 10 dati, che forniscono $\overline{x} = 18.58$. Si verifichi l'ipotesi $H_0)\ \mu = 20$, contro l'ipotesi alternativa $H_1)\ \mu \neq 20$, al livello di significatività del 5%.
b) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$, con σ^2 nota. Consideriamo il test di ipotesi bilatera $H_0)\ \mu = \mu_0$ e livello di significatività α. Spiegare il significato di "p-value" del test. Calcolare il p-value del test al punto *a*).