

# Università di Pisa

## Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

E-mail

### Scritto n.6 del 2011

**Esercizio 1.** Si considerino, al variare dei parametri reali  $h, k$  i sistemi a) e b) con

$$a : \begin{cases} kx + 2ky = -3 \\ x + y - z = -k \\ kx + 2y - kz = -4 \end{cases} ; \quad b : \begin{cases} (h+3)x + (k+1)y - z = -k \\ (k-1)x + 3y + (1-k)z = 2h + 2 \end{cases} .$$

Si determinino, se esistono, valori comuni di  $h, k$  per cui il sistema a) ammette  $\infty^1$  soluzioni ed il sistema b) ammette  $\infty^2$  soluzioni.

**Esercizio 2.** a) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$(z^2|z|^2 - i\bar{z})((\exp(z))^2 + 4) = 0$$

**Esercizio 3.** a) Scrivere l'equazione delle eventuali sfere tangenti nel punto  $P(1, 0, 2)$  al piano

$$\pi : x + 2y - z + 1 = 0$$

e tangenti ulteriormente al piano  $\alpha : x + y - z + 2 = 0$ .

**Esercizio 4.** Date la matrici reale

$$A = \begin{pmatrix} 2 - 2k & -k & 1 \\ 1 & -2k & 1 \\ 0 & 0 & 1 - 2k \end{pmatrix}$$

a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di  $A$  al variare del parametro reale  $k$ .

b) Provare che se una matrice  $B$  ammette l'autovalore  $\lambda$ , allora la matrice  $B - \alpha I$  ammette l'autovalore  $\lambda - \alpha$ .

c) Determinare un eventuale valore di  $k$  per cui la matrice  $A - (1 - 2k)I$  risulti nilpotente.

**Esercizio 5.** a) Si scriva un'equazione della parabola avente asse parallelo alla retta  $x = y$ , passante per  $A(-2, 2)$  e tangente la retta  $x - 3y = 0$  nell'origine.

b) Determinare l'asse ed il vertice della parabola.

c) Individuare i valori di  $k$  per cui esistono affinità che trasformano  $(0, 0)$  in  $(-2, 2)$ ,  $(1, 0)$  in  $(-k, 3)$ ,  $(0, 1)$  in  $(-1, 2)$  e scriverne le equazioni.

Determinare, se esistono, i valori di  $k$  per cui la parabola si trasforma in se' stessa.