

Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Aerospaziale, Ingegneria Meccanica, Ingegneria della Sicurezza

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

E-mail

Scritto n.6 del 2011

Esercizio 1. Si considerino, al variare dei parametri reali h, k i sistemi a) e b) con

$$a : \begin{cases} kx + 2ky = -3 \\ x + y - z = -k \\ kx + 2y - kz = -4 \end{cases} ; \quad b : \begin{cases} (h+3)x + (k+1)y - z = -k \\ (k-1)x + 3y + (1-k)z = 2h + 2 \end{cases} .$$

Si determinino, se esistono, valori comuni di h, k per cui il sistema a) ammette ∞^1 soluzioni ed il sistema b) ammette ∞^2 soluzioni.

Esercizio 2. a) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$(z^2|z|^2 - i\bar{z})((\exp(z))^2 + 4) = 0$$

Esercizio 3. a) Scrivere l'equazione delle eventuali sfere tangenti nel punto $P(1, 0, 2)$ al piano

$$\pi : x + 2y - z + 1 = 0$$

e tangenti ulteriormente al piano $\alpha : x + y - z + 2 = 0$.

Esercizio 4. Date la matrici reale

$$A = \begin{pmatrix} 2 - 2k & -k & 1 \\ 1 & -2k & 1 \\ 0 & 0 & 1 - 2k \end{pmatrix}$$

a) Studiare la diagonalizzabilità e la triangolabilità di A al variare del parametro reale k .

b) Provare che se una matrice B ammette l'autovalore λ , allora la matrice $B - \alpha I$ ammette l'autovalore $\lambda - \alpha$.

c) Determinare un eventuale valore di k per cui la matrice $A - (1 - 2k)I$ risulti nilpotente.

Esercizio 5. a) Si scriva un'equazione della parabola avente asse parallelo alla retta $x = y$, passante per $A(-2, 2)$ e tangente la retta $x - 3y = 0$ nell'origine.

b) Determinare l'asse ed il vertice della parabola.

c) Individuare i valori di k per cui esistono affinità che trasformano $(0, 0)$ in $(-2, 2)$, $(1, 0)$ in $(-k, 3)$, $(0, 1)$ in $(-1, 2)$ e scriverne le equazioni.

Determinare, se esistono, i valori di k per cui la parabola si trasforma in se' stessa.