

Università di Pisa
Geometria e Algebra Lineare
Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:
E-mail

Scritto n.3 del 2015

Esercizio 1. a) Al variare dei parametri reali h e k studiare il seguente sistema:

$$\begin{cases} x + h y - z = k \\ x + y - z = 0 \\ x - h y - z = 0 \\ h x + y = -h \end{cases}$$

Esercizio 2. Si risolva il seguente sistema nelle variabili complesse z e w :

$$\begin{cases} \exp(2z) = w \\ w^2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Esercizio 3. Si determinino le equazioni cartesiane delle eventuali sfere tangenti al piano $\pi : x - y + z - 2 = 0$ nel punto $P = (1, 1, 2)$ e tangenti ulteriormente alla sfera di equazione cartesiana $x^2 + y^2 + z^2 - 12y + 10z + 49 = 0$.

Esercizio 4. Si consideri, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la matrice reale

$$A_k = \begin{pmatrix} 3k & 0 & k \\ -k & 2k & -k \\ 2+k & 0 & 2+3k \end{pmatrix}.$$

- a) Si studi la triangolabilità e la diagonalizzabilità di A_k al variare di k .
b) Per $k = 0$ si determinino, se possibile, due matrici B e C non nulle tali che $AB = 0$ e $CA = 0$; si scrivano poi le corrispondenti applicazioni L_B e L_C associate rispettivamente a B e C rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^3 .

Esercizio 5. Si classifichi la conica γ di equazione $xy - x - y + 2 = 0$, determinandone eventuale centro di simmetria, assi e punti impropri. Si determinino le tangenti t_1 e t_2 nei punti rispettivamente $T_1 = (0, 2)$ e $T_2 = (2, 0)$ e si consideri il fascio \mathcal{F} individuato da γ e dalla conica unione delle due tangenti, giustificando l'assenza in tale fascio di parabole e individuando la posizione nel piano dei punti per ognuno dei quali passa un'iperbole del fascio.