Università di Pisa

Geometria e Algebra Lineare per Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome:
Corso di studi:
Anno di iscrizione:
Numero di matricola:

Scritto n. 4 del 2015

Esercizio 1. a) Studiare il seguente sistema al variare dei parametri h e k:

$$\begin{cases} h\,x - y + h\,z = k \\ x + h\,y = h \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

b) Individuare i valori di h e k per cui le tre equazioni rappresentano tre piani appartenenti ad uno stesso fascio F e si scrivano equazioni del suo asse.

Esercizio 2. Si determinino le soluzioni complesse (z, w) del seguente sistema:

$$\begin{cases} \exp^2(z+w) + (1-i)\exp(z+w) = 0 \\ z - w = 1 \end{cases}$$

Esercizio 3. a) Si determini l'equazione cartesiana della superficie L generata dalla rotazione della retta $r : \begin{cases} x = z+1 \\ y = -z \end{cases}$ intorno alla retta $a : \begin{cases} x = y \\ y = z \end{cases}$ e la si classifichi.
b) Si consideri la curva γ_k sezione di L con il piano $\pi_k : z = k$; si determini k in modo che il suo centro sia il punto di coordinate $C\left(-\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}, k\right)$ e per suddetto valore la si classifichi.

Esercizio 4. Data la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ k-1 & 4 & k-1 \\ 0 & 0 & k-1 \end{pmatrix}$$

a) studiare la triangolabilità e la diagonalizzabilità al variare di k.
b) Posto $k = 1$, si determini a tale che la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

commuti con A e si determini un autovettore di B che sia anche un autovettore di A indicandone il corrispondente autovalore per A.

Esercizio 5. Si consideri il fascio $\mathcal{F}$ di coniche aventi centro nel punto $C(1,1)$ e tangenti in un vertice alla retta $x + y = 4$.
a) Si studi il fascio $\mathcal{F}$.
b) Si determini l'equazione della conica γ passante per il punto $P(1,0)$.
Si consideri nel seguito la proiettività φ rappresentata dalla matrice

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

c) Si determinino le immagini dei punti di coordinate omogenee $(0,0,1)$, $(2,2,1)$, $(1,-1,0)$, $(1,0,1)$.
d) Si determini l'immagine della conica γ.