

Università di Pisa

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica Geometria e Algebra Lineare

Cognome e Nome:

Corso di studi:

Anno di iscrizione:

Numero di matricola:

Scritto n. 6 del 2015

Esercizio 1. a) Si studi il seguente sistema nelle incognite $x, y, z \in \mathbb{R}$ al variare del parametro reale k

$$\begin{cases} x - y + z = k \\ (k + 1)x + y + z = 0 \\ x + ky + z = 0 \\ x + y + z = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. Si determinino le soluzioni $(z, w) \in \mathbb{C}^2$ dell'equazione

$$z^3 \exp w - 8 \exp w + (1 + \sqrt{3}i)z^3 - 8(1 + \sqrt{3}i) = 0.$$

Esercizio 3. a) Si determini l'equazione della curva γ del piano $\alpha : x - 2y + z = 0$ che viene proiettata da $V = (1, 0, 0)$ sul piano $\pi : x + y - z = 0$ nella curva

$$\gamma' : \begin{cases} y^2 = 2z + 1 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

b) Si classifichino le curve γ e γ' .

Esercizio 4. Si consideri la matrice a coefficienti reali

$$A = \begin{pmatrix} h - 1 & 0 & h - 1 \\ 0 & h - 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Si studi la triangolabilita' e diagonalizzabilita' di A al variare del parametro reale h .

b) Posto $h = 1$, senza effettuare calcoli si determini A^5 come combinazione lineare di A^2, A, I .

Esercizio 5. a) Si scriva l'equazione cartesiana dell'iperbole γ avente tra i suoi assi di simmetria la retta $a : x + y - 1 = 0$, tra i suoi asintoti la retta $2x - y + 1 = 0$ e passante per il punto $A = (1, 0)$.

b) Verificato che l'equazione della conica e'

$$\gamma : 2x^2 + 2y^2 - 5xy + 5x - 4y - 7 = 0,$$

si determini l'equazione della polare p del punto $P = (2, 1)$ ed il diametro coniugato al punto improprio della retta p .